Prof. Dr. Christoph Bohle Tübingen SS 2012

Analysis IV : Übungsblatt 1

Wjatscheslaw Kewlin, Florian Schmidt 24. April 2012

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 8. Mai vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Nimmt eine holomorphe Funktion nur reelle Werte an, so ist sie konstant.

Aufgabe 2. Jede reell lineare Abbildung $A\colon \mathbb{R}^2 = \mathbb{C} \to \mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$ kann eindeutig geschrieben werden als

$$Az = az + b\bar{z}$$

mit a, $b \in \mathbb{C}$. Die Abbildung ist genau dann komplex linear, wenn $b = 0$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, daß $f(z) = \frac{1}{z}$ auf $\mathbb{C}\backslash\{0\}$ keine Stammfunktion besitzt.

Aufgabe 4.

i) Man berechne die Ableitung von cos und sin auf $\mathbb{C}$.
ii) Man zeige $e^{iz} = \cos(z) + i\sin(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
iii) Man folgere $\cos^2(z) + \sin^2(z) = 1$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
iv) Man zeige, daß gleichmäßig in $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\lim_{t\to\pm\infty} |\cos(x + it)| = \infty \qquad \text{und} \qquad \lim_{t\to\pm\infty} |\sin(x + it)| = \infty.$$

Aufgabe 5.* Zeigen Sie, daß man den Cauchyschen Integralsatz als eine Form des Satzes von Stokes verstehen kann. (Tip: schreiben Sie $f(z)dz$ als $\omega_1 + i\omega_2$ für passende reellwertige 1–Formen ω_1, ω_2.)