# Geometrie : Übungsblatt 8

2. Dezember 2014

**Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und bis vor der Vorlesung am 18. Dezember abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.**

**Aufgabe 1.** Bringen Sie den durch $xy = 1$ gegebenen Kegelschnitt mittels einer euklidischen Bewegung auf eine der in der Vorlesung angegebenen Standardformen.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, daß der Schnitt des durch $x^2+y^2 = z^2$ gegebenen Kegels in $\mathbb{R}^3$ mit einer beliebigen affinen Ebene ein Kegelschnitt ist. Welche Arten von Kegelschnitten erhält man durch Schnitt dieses Kegels mit Ebenen?

**Aufgabe 3.** Seien $F_1$ und $F_2$ Punkte in der euklidischen Ebene und $l > d(F_1, F_2)$. Die Menge aller Punkte $P$ mit

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = l$$

bildet eine Ellipse.

**Aufgabe 4.** Alle Strahlen parallel zur $y$–Achse werden an einer Parabel

$$x^2 = 2py$$

so gespiegelt, daß sie durch den Punkt $p/2$ gehen. (Nehmen Sie dabei an, daß die Strahlen "von oben" in die Parabel einfallen und nach dem Gesetz "Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel" gespiegelt werden. Der Winkel eines Strahls mit der Parabel sei dabei definiert als der Winkel des Strahls mit der entsprechenden Tangente an die Parabel.)

**Aufgabe 5.*** Den Einheitskreis $x^2 + y^2 = 1$ in $\mathbb{R}^2$ kann man durch

$$t \mapsto (\cos(t), \sin(t))$$

parametrisieren. Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens, der dem Intervall $[0, \alpha]$ mit $\alpha \in [0, 2\pi]$ entspricht. Erklären Sie die geometrische Bedeutung des Bogenmaßes.