

## Geometrie : Übungsblatt 10

13. Januar 2015

**Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und bis vor der Vorlesung am 22. Januar abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.**

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie mit dem Strahlensatz, daß bei einem regulären Fünfeck

- das Verhältnis der Längen der Diagonalen zu den Längen der Seiten gleich dem Goldenen Schnitt ist und
- eine Diagonale beim Schnitt mit einer anderen Diagonale im Verhältnis des Goldenen Schnittes geteilt wird.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie induktiv, daß für jeden zusammenhängenden Graph in der Ebene  $\mathbb{R}^2$  die Formel

$$E - K + F = 1$$

gilt. Folgern Sie mittels stereographischer Projektion die entsprechende Formel für zusammenhängende Graphen auf  $S^2$ .

**Aufgabe 3.** Sind  $v_1, \dots, v_n$  Punkte in  $\mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie, daß die *konvexe Hülle* dieser Punkte, d.h. die kleinste konvexe Menge, welche  $v_1, \dots, v_n$  enthält, gleich

$$P = \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i \mid \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \right\}$$

ist.

Die *Eckpunkte* des konvexen Polyeders  $P$  sind die  $v_i$ , welche nicht als Konvexkombination der restlichen Punkte  $\{v_1, \dots, v_n\} \setminus \{v_i\}$  darstellbar sind (die sogenannten "Extrempunkte" der konvexen Menge  $P$ ). Die *Kanten* von  $P$  sind die konvexen Hüllen von Paaren von Eckpunkten, die im topologischen Rand  $\partial P$  von  $P$  enthalten sind. Die *Seiten* von  $P$  sind die konvexen Hüllen von Teilmengen der Eckpunktmenge mit mindestens drei Elementen, die im topologischen Rand  $\partial P$  von  $P$  enthalten sind.

Beschreiben Sie einen Würfel und ein Tetraeder durch die explizite Angabe passender Eckpunkte. Beschreiben Sie die Kanten und Seiten beider Körper durch Angabe der entsprechenden Eckpunktmenge.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie:

- Wählt man auf einem Würfel vier Eckpunkte, welche paarweise nicht benachbart sind, so sind diese die Eckpunkte eines anderen platonischen Körpers.
- Die Mittelpunkte der Kanten des unter a) erzeugten platonischen Körpers sind wieder Eckpunkte eines platonischen Körpers.

Fertigen Sie eine Skizze der Konstruktion an.