Prof. Dr. Christoph Bohle Tübingen

Analysis II : Übungsblatt 5

Jonas Ziefle 18. Mai 2017

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 30. Mai vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Ein endlichdimensionaler Untervektorraum eines normierten Vektorraumes ist immer abgeschlossen.

Aufgabe 2. Sei $V = C([a,b],\mathbb{R})$ der Vektorraum der stetigen Funktionen auf $[a,b]$ und

$$\|f\|_1 = \int_a^b |f(t)|dt.$$

- Ist die Norm $\| \, \|_1$ äquivalent zur Supremumsnorm $\| \, \|_\infty$?
- Bezüglich welcher der beiden Normen ist $\int_a^b : C([a,b],\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ stetig?
- Berechnen Sie sofern möglich die Operatornorm.

Aufgabe 3. Skizzieren Sie die Bilder der beiden Abbildungen

$$f\colon]-1,1[\to \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto (t^3, t^2)$$
$$g\colon]0,2\pi[\to (2\cos(t), \sin(t)).$$

Zeichnen Sie jeweils für mindestens zwei Punkte im Definitionsbereich das Bild der linearen Approximation ein. Kann man das Bild einer der Abbildungen als Graph einer Funktion von x darstellen? Ist diese Funktion differenzierbar?

Aufgabe 4. (Nur für BaSc) Seien $V = C^1([a,b],\mathbb{R})$ und $W = C([a,b],\mathbb{R})$ die Räume der stetig differenzierbaren bzw. stetigen Funktionen auf $[a,b]$. Ist der Ableitungsoperator $D = \frac{d}{dx}\colon V \to W$ stetig, wenn man V und W mit der Supremumsnorm ausstattet?