Prof. Dr. Christoph Bohle Tübingen

Analysis II : Übungsblatt 10

Jonas Ziefle 29. Juni 2017

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 11. Juli vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ in $p = (0,0)$ ein (isoliertes) lokales Extremum besitzen. Diskutieren Sie die notwendigen und hinreichenden Kriterien aus der Vorlesung.

$$f_1(x,y) = x^2 + 2y^2 \qquad f_4(x,y) = x^2 - 2y^2 \qquad f_3(x,y) = x^2$$

$$f_4(x,y) = -x^2 - 2y^2 \qquad f_{\pm 5}(x,y) = \frac{1}{2}x^2 \pm y^4 \qquad f_6(x,y) = 3x^2y - y^3.$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie: die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \qquad (x,y) \mapsto (y - x^2)(y - 2x^2)$$

hat in $(0,0)$ verschwindende Ableitung, aber kein lokales Extremum. Trotzdem besitzt die Einschränkung von f auf jede Gerade durch $(0,0)$ ein lokales Minimum in $(0,0)$.

Aufgabe 3. Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades von

$$f(x,y) = e^{-x^2+2xy}$$

im Punkt $(0,0)$.

Aufgabe 4. (Nur für BaSc) Finden Sie alle kritischen Punkte (d.h. Nullstellen der Ableitung) der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \qquad (x,y) \mapsto x^4 + y^4 - (x+y)^2$$

und entwickeln Sie f um jeden kritischen Punkt in ein Taylorpolynom 2. Grades. Skizzieren Sie die kritischen Punkte und die Höhenlinien der Taylorapproximation in der Nähe der kritischen Punkte.