

---

Analysis II : Übungsblatt 12

---

Jonas Ziefle

13. Juli 2017

**Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 25. Juli vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.**

**Aufgabe 1.** Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x(t) + 2 \begin{pmatrix} \cos^2(t) \\ \sin^2(t) \end{pmatrix}$$

mittels Variation der Konstanten.

**Aufgabe 2.** Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) + x(t) = \cos(t)$$

sowie der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) + x(t) = \cos(2t)$$

mittels Variation der Konstanten. In welchem der beiden Fälle kommt es zur Resonanzkatastrophe (und warum?).

**Aufgabe 3.** Die Differentialgleichung

$$\dot{x} = x(1 - x)$$

für  $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  beschreibt ein “gedämpftes” Wachstum. Skizzieren Sie das zu dieser Gleichung gehörige Vektorfeld auf  $\mathbb{R}$ . Welche Anfangswerte entsprechen konstanten Lösungen? Kann das Vorzeichen von  $x$  für Lösungen der Gleichung wechseln? Lösen Sie die Gleichung mittels Trennung der Variablen für Anfangswerte  $x_0 > 0$ . Skizzieren Sie Lösungen mit  $0 < x_0 < 1$  und Lösungen mit  $x_0 > 1$ .

**Aufgabe 4.** (Nur für BaSc) Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) - \dot{x}(t) = e^{2t}$$

sowie der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) - \dot{x}(t) = e^t.$$