Prof. Dr. Christoph Bohle Tübingen

Analysis III : Übungsblatt 12

Jonas Ziefle 18. Januar 2018

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 30. Januar vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Man beweise, daß $S^n \times S^m$ zu einer Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^{n+m+1}$ diffeomorph ist. (Tip: Zeigen Sie zuerst, daß $S^n \times \mathbb{R}$ zu $\mathbb{R}^{n+1} \backslash \{0\}$ diffeomorph ist.)

Aufgabe 2. Wie transformieren sich die Komponenten eines Vektors des $\mathbb{R}^3$ von sphärischen in kartesische Koordinaten? Und wie von zylindrischen in kartesische Koordinaten?

Aufgabe 3. Sei $M = S^2$. Wie transformieren sich die Komponenten eines Tangentialvektors bezüglich sphärischer Koordinaten in die Koordinaten, die man erhält, wenn man die nördlichen Hemisphäre als Graph einer Funktion darstellt?

Aufgabe 4. Stellen Sie die 2–Form

$$\omega_p(X, Y) = \det(p, X, Y)$$

$\omega \in \Omega^2(S^2)$ auf S^2 bezüglich sphärischer Koordinaten und bezüglich der durch die stereographische Projektion φ_S gegebenen Koordinaten dar.