Prof. Dr. Christoph Bohle Tübingen SS 2018

# Einführung in die Funktionentheorie : Übungsblatt 1

Jonas Ziefle 20. April 2018

**Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 27. April vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.**

**Aufgabe 1.** Nimmt eine holomorphe Funktion nur reelle Werte an, so ist sie konstant.

**Aufgabe 2.** Jede reell lineare Abbildung $A\colon \mathbb{R}^2 = \mathbb{C} \to \mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$ kann eindeutig geschrieben werden als

$$Az = az + b\bar{z}$$

mit $a$, $b \in \mathbb{C}$. Die Abbildung ist genau dann komplex linear, wenn $b = 0$.

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, daß $f(z) = \frac{1}{z}$ auf $\mathbb{C}\backslash\{0\}$ keine Stammfunktion besitzt.

**Aufgabe 4.**

i) Man berechne die Ableitung von cos und sin auf $\mathbb{C}$.
ii) Man zeige $e^{iz} = \cos(z) + i\sin(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
iii) Man folgere $\cos^2(z) + \sin^2(z) = 1$ für alle $z \in \mathbb{C}$.
iv) Man zeige, daß gleichmäßig in $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\lim_{t\to\pm\infty} |\cos(x+it)| = \infty \qquad \text{und} \qquad \lim_{t\to\pm\infty} |\sin(x+it)| = \infty.$$

**Aufgabe 5.*** Zeigen Sie, daß man den Cauchyschen Integralsatz als eine Form des Satzes von Stokes verstehen kann. (Tip: schreiben Sie $f(z)dz$ als $\omega_1 + i\omega_2$ für passende reellwertige 1–Formen $\omega_1$, $\omega_2$.)