

---

## Einführung in die Funktionentheorie : Übungsblatt 2

---

Jonas Ziefle

4. Mai 2018

**Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 11. Mai vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.**

**Aufgabe 1.** Es sei

$$f(z) = \frac{\sin(z)}{(z-1-i)^2} \quad \text{und} \quad c_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}.$$

Man bestimme den Konvergenzradius von  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ .

**Aufgabe 2.** Man berechne

$$\int_{|z-1|=2} \frac{\sin(z)}{z^4} dz.$$

**Aufgabe 3.** Sei  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  eine holomorphe Funktion und  $c, r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  mit

$$|f(z)| \leq c|z|^n$$

für alle  $|z| \geq r$ . Man zeige, daß  $f$  ein Polynom höchstens  $n$ -ten Grades ist.

**Aufgabe 4.** Eine holomorphe Funktion  $f: U \rightarrow \mathbb{C}$  besitzt genau dann eine Stammfunktion auf ganz  $U$ , wenn für jede geschlossene stückweise  $C^1$  Kurve  $\gamma$  in  $U$  gilt  $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$ .