
Geometrie von Mannigfaltigkeiten : Übungsblatt 11

Jonas Ziefle

8. Januar 2019

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 17. Januar vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß nicht jeder Schnitt eines zurückgezogenen Bündels f^*E der Pullback $f^*\varphi$ eines Schnittes $\varphi \in \Gamma(E)$ ist.

Aufgabe 2. Sei $E = T^2 \times \mathbb{K}$ das triviale reelle ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$) oder komplexe ($\mathbb{K} = \mathbb{C}$) Geradenbündel über dem Torus $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ und

$$\nabla = d + \omega \quad \omega \in \Omega^1(T^2, \mathbb{K})$$

ein Zusammenhang. Wann besitzt ∇ lokal einen parallelen Schnitt, wann global?

Aufgabe 3. Ein Zusammenhang ∇ auf einem Vektorbündel E mit Bündelmetrik ist genau dann metrisch, wenn der Paralleltransport entlang jeder Kurve eine lineare Isometrie ist.

Aufgabe 4. Der Paralleltransport bezüglich des Levi-Civita-Zusammenhangs auf S^2 entlang von Großkreisen zwischen Nord- und Südpol hängt vom Großkreis ab.