
Geometry of Manifolds II : Exercise Sheet 2

Jonas Ziefle

23. April 2019

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 2. Mai vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Zweierabgaben sind erlaubt. Bitte bei der ersten Abgabe Matrikelnummer(n) angeben.

Aufgabe 1. Let $\Phi: M \rightarrow \tilde{M}$ be an orientation preserving diffeomorphism between two oriented manifolds of dimension n and $\omega \in \Omega^n(\tilde{M})$ a form of compact support in an open subset $\tilde{U} \subset \tilde{M}$. Then

$$\int_{\Phi(U)} \omega = \int_U \Phi^* \omega,$$

where $U = \Phi^{-1}(\tilde{U})$.

Aufgabe 2. Let $\Phi: U \rightarrow V$ be a diffeomorphism between open sets $U, V \subset \mathbb{R}_-^n$. Show that

$$\Phi(U \cap \partial\mathbb{R}_-^n) = V \cap \partial\mathbb{R}_-^n.$$

Aufgabe 3. Compute the integral of

$$\omega = x \, dy \wedge dz$$

over the unit sphere in \mathbb{R}^3 .

Aufgabe 4. Prove Brouwer's fixed point theorem and the hairy ball theorem as sketched in the lecture.