
Geometry of Manifolds/Geometry in Physics
Exercise Sheet 10

Jonas Ziefle

17. Dezember 2019

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 9. Januar vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Zweierabgaben sind erlaubt. Bitte bei der ersten Abgabe Matrikelnummer(n) angeben.

Aufgabe 1. Show that in general a pull back bundle f^*E can admit a section that is not the pull back $f^*\varphi$ of a section $\varphi \in \Gamma(E)$.

Aufgabe 2. Let $E = T^2 \times \mathbb{K}$ be the trivial real ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$) or complex ($\mathbb{K} = \mathbb{C}$) line bundle over the torus $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ and

$$\nabla = d + \omega \quad \omega \in \Omega^1(T^2, \mathbb{K})$$

a connection. Under which condition does ∇ admit local parallel sections? Under which condition does it admit global parallel sections?

Aufgabe 3. A connection ∇ on a vector bundle E with bundle metric is metric if and only if its parallel transport along every curve is a linear isometry.

Aufgabe 4. The parallel transport with respect to the Levi-Civita connection on S^2 along great circular arcs between the north and south pole depends on the great circle.