

Übungsblatt 5

Aufgabe 17

Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper. Zeigen Sie für alle $x, y \in \mathbb{K}$:

- (i) $(-x) \cdot (-y) = x \cdot y$.
- (ii) $-(-x) = x$.
- (iii) Jeder Körper nullteilerfrei ist, d. h: Aus $x \cdot y = 0$ folgt $x = 0$ oder $y = 0$.
- (iv) $x^2 = y^2 \iff (x = y \text{ oder } x = -y)$.

Aufgabe 18

Sei (\mathbb{K}, P) ein angeordneter Körper. Zeigen Sie für alle $x, y \in \mathbb{K}$:

- (i) Aus $x < y$ folgt $-x > -y$.
- (ii) Aus $x < 0 < y$ folgt $xy < 0$.
- (iii) Aus $0 < x < y$ folgt $y^{-1} < x^{-1}$.

Aufgabe 19

Zeigen Sie, dass die Anzahl der k -elementigen Teilmengen einer n -elementigen Menge $\binom{n}{k}$ ist.

Verwenden Sie vollständige Induktion über n , sowie die Formeln aus der Vorlesung: $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$.