

Übungsblatt 6

Aufgabe 21 (Polynome und Polynomfunktionen)

Sei \mathbb{K} ein Körper mit unendlich-vielen Elementen (z.B. $\mathbb{K} = \mathbb{R}$). Sei weiter $\mathbb{K}[X]$ der Ring der \mathbb{K} -Polynome und $\text{Abb}(\mathbb{K}, \mathbb{K})$ der Ring der Abbildungen von \mathbb{K} nach \mathbb{K} . Zeigen Sie, dass die Abbildung $\Phi : \mathbb{K}[X] \rightarrow \text{Abb}(\mathbb{K}, \mathbb{K})$ aus der Vorlesung, die jedem Polynom P seine Polynomfunktion f_P zuordnet, injektiv ist (und ein Ringhomomorphismus).

Hinweis: Benutzen Sie, dass ein Polynom $P \in \mathbb{K}[X]$ mit $P \neq 0$ nur endlich viele Nullstellen (in \mathbb{K}) hat.

Aufgabe 22 (Eindeutigkeit von Grenzwerten)

Zeigen Sie: Konvergiert eine Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$, so gilt $a = b$.

Aufgabe 23

Seien $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ and $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen mit

$$a := \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n$$

und $x_n \leq y_n \leq z_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass dann auch $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen a konvergiert.