

# Einführung in die Logik

## Übungsblatt 5

- (1) Im ersten Teil von Goethes „Faust“ heißt es in der 2. Studierzimmer-Szene:

*„Der Philosoph, der tritt herein  
Und beweist Euch, es müßt' so sein:  
Das Erst' wär' so, das Zweite so,  
Und drum das Dritt' und Vierte so;  
Und wenn das Erst' und Zweit' nicht wär',  
Das Dritt' und Viert' wär nimmermehr,“*

Präzisieren Sie diese Argumentation unter Verwendung von Klammern.

Wie muss man Mephisto korrigieren, damit daraus eine Tautologie entsteht?

(2 Punkte)

- (2) LEIBNIZ hatte um 1780 herum den folgenden tautologischen Satz gefunden, den er voll Stolz *praeclarum theorema* nannte.

$$(\varphi_1 \rightarrow \psi_1) \wedge (\varphi_2 \rightarrow \psi_2) \rightarrow (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \rightarrow \psi_1 \wedge \psi_2).$$

Zeigen Sie, dass dieses *glänzende Theorem* tatsächlich eine Tautologie ist.

(1 Punkt)

- (3) Geben Sie die disjunktive Normalform von folgenden Formeln an:

(i)  $\neg(A \leftrightarrow B)$  (1 Punkt)

(ii)  $(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow D)$  (1 Punkt)

**Zusatz:**

(iii)  $\neg(A \wedge B \wedge C)$  (1 Zusatzpunkt)

(iv)  $\neg(A \vee B \vee C)$  (1 Zusatzpunkt)

- (4) (i) Zeigen Sie, dass  $\{\neg, \vee\}$  eine vollständige Menge von Junktoren ist.

(1 Punkt)

- (ii) Zeigen Sie, dass  $\{\neg, \rightarrow\}$  eine vollständige Menge von Junktoren ist.

(1 Punkt)

(5) (i) Drücken Sie die Formel  $(A \wedge \neg B) \vee C$  mittels  $\neg$  und  $\rightarrow$  aus. (1 Punkt)

**Zusatz:**

(ii) Drücken Sie die Formel  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow C$  mittels  $\neg$  und  $\vee$  aus. (1 Zusatzpunkt)

(iii) Drücken Sie das dreistellige *Entweder ... oder* mittels  $\neg$  und  $\wedge$  aus. (2 Zusatzpunkte)

(6) Zeigen Sie, dass  $\{\vee, \leftrightarrow, \succ\}$  eine vollständige Menge von Junktoren ist. (2 Punkte)

**Abgabe:** Dienstag, den 4. Juni 2002