

# Einführung in die Logik

## Übungsblatt 6

- (1) Zeigen Sie, dass die folgenden aussagenlogischen Formeln Tautologien sind.
- (i)  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$ , (1 Punkt)
  - (ii)  $\neg\psi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$ . (1 Punkt)
- (2) Es sei  $\Delta$  eine Liste von aussagenlogischen Formeln und  $\varphi$  sei eine aussagenlogische Formel.
- (i) Zeigen Sie: Wenn  $\varphi$  in der Liste  $\Delta$  vorkommt, dann gilt  $\Delta \models \varphi$ .
  - (ii) Zeigen Sie: Wenn  $\Delta \models \varphi$  gilt und  $\Gamma$  eine Liste von aussagenlogischen Formeln ist, in der mindestens alle Formeln aus  $\Delta$  vorkommen, dann gilt auch  $\Gamma \models \varphi$ . (2 Punkte)
- (3) Es sei  $\Delta$  eine Liste von aussagenlogischen Formeln und  $\varphi$  und  $\psi$  seien aussagenlogische Formeln.
- (i) Zeigen Sie: Wenn  $\Delta \models \varphi$  und  $\Delta \models (\varphi \rightarrow \psi)$  gilt, so gilt auch  $\Delta \models \psi$ .
  - (ii) Zeigen Sie: Wenn sowohl  $\Delta, \varphi \models \psi$  als auch  $\Delta, \neg\varphi \models \psi$  gilt, dann gilt  $\Delta \models \psi$ . (3 Punkte)
- (4) Zeigen Sie, dass  $\{\downarrow\}$  eine vollständige Menge von Junktoren ist. (1 Punkt)
- (5) Übersetzen Sie die folgenden Formeln in eine Formel, die nur den Junktor  $\downarrow$  enthält.
- (i)  $(A \wedge B) \rightarrow C$ , (1 Punkt)
- Zusatz:**
- (ii)  $A \succ\prec B$ , (1 Zusatzpunkt)
  - (iii)  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta)$ . (1 Zusatzpunkt)
- (6) Zeigen Sie, dass  $(\varphi|\varphi)|\varphi$  eine Tautologie ist. (1 Punkt)