Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2005
22.06.2005
Blatt 09

Übungen zu „Algebraische Topologie“

1. Sei X ein zusammenziehbarer topologischer Raum. Zeigen Sie, dass dann sein reduzierter singulärer Kettenkomplex (ketten-) zusammenziehbar ist (vgl. Aufgabe 1, Blatt 08).

2. Sei X ein topologischer Raum, $A \subseteq X$ ein Teilraum und $i\colon A \to X$ die Inklusion. Es heißt A ein *Retrakt* von X, wenn es ein stetiges $r\colon X \to A$ mit $r \circ i = \mathrm{id}_A$ gibt. Es heißt A ein *Deformationsretrakt*, wenn es ein stetiges $r\colon X \to A$ mit $r \circ i = \mathrm{id}_A$ und $i \circ r \simeq \mathrm{id}_X$ gibt. Zeigen Sie:
   (a) Ist $A \subseteq X$ ein Retrakt, so ist $i_*\colon H_k(A) \to H_k(X)$ injektiv ($k \in \mathbf{N}$);
   (b) Ist $A \subseteq X$ ein Deformationsretrakt, so ist i_* sogar ein Isomorphismus.

3. Zeigen Sie, dass folgende topologischen Räume die gleichen Homologiegruppen haben:
   (a) $\mathbf{S}^1$, $\mathbf{R}^2 \setminus \{0\}$ und $\mathbf{S}^1 \times \mathbf{B}^2$ (Volltorus);
   (b) $\mathrm{GL}(n, \mathbf{R})$ und $\mathrm{O}(n)$ (Hinweis: Polarzerlegung nicht-singulärer Matrizen).

Abgabe: Mittwoch, 29. Juni 2005, 12.15 Uhr