Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2005
29.06.2005
Blatt 10

Übungen zu „Algebraische Topologie“

1. Sei $C = (C_k, \partial_k)$ ein freier und azyklischer Kettenkomplex. Zeigen Sie, dass C dann (ketten-) zusammenziehbar ist. (Hinweis: Sei $\sigma_{k-1}\colon Z_{k-1} = B_{k-1} \to C_k$ Rechtsinverses zu $\partial_k\colon C_k \to B_{k-1}$. (Warum existiert das?) Setze dann $D_k\colon C_k \to C_{k+1}$, $D_k := \sigma_k(\mathrm{id} - \sigma_{k-1}\partial_k)$.)

2. Sei $f\colon \mathbf{B}^n \to \mathbf{B}^n$ eine Abbildung und $x \in \mathbf{B}^n$ mit $f(x) \neq x$. Berechnen Sie den Schnittpunkt $r(x) \in \mathbf{S}^{n-1}$ des Strahls $L_x = \{f(x)+t(x-f(x) : t > 0\}$ mit der Sphäre $\mathbf{S}^{n-1} \subset \mathbf{B}^n$.

3. Sei $n \in \mathbf{N}$. *Der Fixpunktsatz von Brouwer* besagt: Jede Stetige Abbildung $f\colon \mathbf{B}^n \to \mathbf{B}^n$ hat einen Fixpunkt. *Der Retraktionssatz* besagt: $\mathbf{S}^{n-1} \subseteq \mathbf{B}^n$ ist kein Retrakt (vgl. Aufg. 2, Blatt 09). Zeigen Sie: Der Fixpunktsatz ist äquivalent zum Retraktionssatz. (Hinweis: Aufgabe 2)

Abgabe: Mittwoch, 6. Juli 2005, 12.15 Uhr