Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2007
18.04.2007
Blatt 01

# Übungen zu „Mathematik für Physiker II“

1. Sei $X$ eine beliebige Menge.

   (a) Zeigen Sie, dass die Bijektionen $G = \mathrm{Bij}(X)$ zusammen mit der Verkettung eine Gruppe bilden.

   (b) Hat $X$ mindestens drei Elemente, so zeigen Sie, dass $G = \mathrm{Bij}(X)$ nicht abelsch ist.

2. Sei $\mathbf{C}$ der Körper der komplexen Zahlen.

   (a) Für $z = x + iy$ heißt $\bar{z} := x - iy$ *das Konjugierte zu* $z$ und $|z| := \sqrt{z\bar{z}}$ *der Betrag von* $z$. Zeigen Sie für alle $z, w \in \mathbf{C}$:

   $$|zw| = |z||w|$$

   (b) Zeigen Sie, dass *die Einheitskreislinie*

   $$S^1 := \{z \in \mathbf{C} : \ |z| = 1\}$$

   eine Untergruppe von $(\mathbf{C}^*, \cdot)$ ist.

3. Sei $K$ ein Körper und $V$ eine $K$-Vektorraum. Zeigen Sie: Ist $\lambda \in K$ und $v \in V$ derart, dass $\lambda v = 0$ ist, so muss $\lambda = 0$ oder $v = 0$ sein.

4. Sei $K$ ein Körper, $V$ ein $K$-Vektorraum und seien $v_1, \ldots, v_r \in V$ beliebig ($r \in \mathbf{N}$). Zeigen Sie, dass dann

   $$U = \{\lambda_1 v_1 + \ldots + \lambda_r v_r \in V : \ \lambda_i \in K, \, i = 1, \ldots, r\}$$

   ein Unterraum von $V$ ist.

**Abgabe: Mittwoch, 25. April 2006, 10.15 Uhr**