Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2007
25.04.2007
Blatt 02

Übungen zu „Mathematik für Physiker II"

1. Sei K ein Körper.
   (a) Zeigen Sie, dass $K[X]$ zusammen mit den Verknüpfungen $+$ und $\cdot$ aus der Vorlesung ein Vektorraum über K ist.
   (b) Sei $n \in \mathbf{N}_0$. Zeigen Sie, dass $K[X]^{(n)}$ ein Unterraum von $K[X]$ ist.

2. Sei $V = K^3$ und
$$U = \{(x_1, x_2, x_3) \in V : \; x_1 + x_2 + x_3 = 0\}.$$
Zeigen Sie, dass U ein Unterraum von V ist und geben Sie (mit Begründung) eine Basis von U an.

3. Sei V ein Vektorraum und $v_1, \ldots, v_n \in V$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:
   (a) $(v_1, \ldots, v_n)$ ist ein minimales Erzeugendensystem von V;
   (b) $(v_1, \ldots, v_n)$ ist eine Basis von V;
   (c) $(v_1, \ldots, v_n)$ ist ein maximales System linear unabhängiger Vektoren.

4. Zeigen Sie:
$$\dim_{\mathbf{Q}} \mathbf{R} = \infty.$$

Abgabe: Mittwoch, 2. Mai 2007, 10.15 Uhr