Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2007
02.05.2007
Blatt 03

Übungen zu „Mathematik für Physiker II“

1. Sei K ein Körper, $V = K^3$ sowie
$$U = \langle (1,1,1), (1,2,3) \rangle, \ U' = \langle (0,1,-1), (0,-2,2) \rangle.$$
Berechnen Sie die Dimensionen der Unterräume $U, U', U \cap U'$ und $U + U'$ von V.

2. Welche der folgenden Abbildungen sind linear:
$$\begin{aligned} &f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}^2, \ f(x) = (2x, 5x), \\ &f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}, \ f(x) = x^2 + c \text{ (mit } c \in \mathbf{R}), \\ &f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}, \ f(x,y) = xy, \\ &f\colon \mathbf{R} \to \mathrm{Mat}_n(\mathbf{R}), \ f(x) = xE_n, \end{aligned}$$
wo E_n die Einheitsmatrix von $\mathrm{Mat}_n(\mathbf{R})$ sei?

3. Sei K ein Körper, $m, n \in \mathbf{N}$ und $A \in \mathrm{Mat}(m,n;K)$. Zeigen Sie, dass die Abbildung $f_A\colon K^n \to K^m$, $f_A(x) = Ax$ K-linear ist.

4. Sei V ein K-Vektorraum und $\mathcal{A} = (v_1, \ldots, v_n)$ ein n-Tupel, so dass jedes $v \in V$ eine eindeutige Darstellung als $v = \sum \lambda_i v_i$ besitzt ($\lambda_i \in K$, $i = 1, \ldots, n$). Zeigen Sie, dass $\mathcal{A}$ eine Basis von V ist.

Abgabe: Mittwoch, 9. Mai 2007, 10.15 Uhr