

## Übungen zu „Mathematik für Physiker II“

1. Bringen Sie die folgenden (reellen) Matrizen  $A$  und  $B$  (mit Angabe der Elementarmatrizen Ihrer Umformungen) auf Zeilenstufenformen und bestimmen Sie ihren Rang:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ -7 & 0 & 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

2. Zeigen Sie, dass die Elementarmatrizen invertierbar sind und bestimmen Sie jeweils die Inversen.
3. Sei  $R$  ein Ring mit Eins.
- (a) Zeigen Sie, dass die Einheiten  $R^*$  (zusammen mit der Multiplikation) eine Gruppe bilden.
- (b) Bestimmen Sie die Einheiten in folgenden Ringen:  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{R}[X]$ ,  $\text{Mat}_2(\mathbf{C})$ .
4. Sei  $V$  ein Vektorraum endlicher Dimension und  $U$  ein Unterraum. Zeigen Sie (vgl. Aufgabe 4, Blatt 5):

$$\dim V/U = \dim V - \dim U$$

(Hinweis: Betrachten Sie die kanonische Projektion  $\pi: V \rightarrow V/U$  und verwenden Sie die Dimensionsformel.)

Abgabe: Mittwoch, 30. Mai 2007, 10.15 Uhr