Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2007
13.06.2007
Blatt 08

Übungen zu „Mathematik für Physiker II“

1. Seien $\mathcal{A}$ und $\mathcal{A}'$ Basen eines K-Vektorraums V der Dimension n und S die Basiswechselmatrix von $\mathcal{A}$ nach $\mathcal{A}'$, $S = M(\mathrm{id}; \mathcal{A}, \mathcal{A}')$. Seien weiter $T^{\mathcal{A}}, T^{\mathcal{A}'}\colon K^n \to V$ die zu $\mathcal{A}$ bzw. $\mathcal{A}'$ gehörenden Koordinatenisomorphismen und $f_S\colon K^n \to K^n$, $f_S(x) = Sx$. Zeigen Sie:
$$T^{\mathcal{A}'} \circ f_S = T^{\mathcal{A}}$$

2. (a) Sei $A \in \mathrm{Mat}(m, n; K)$, $b \in K^m$ und $L = L_{A,b} = \{x \in K^n : Ax = b\}$. Zeigen Sie: Sind $x, y \in L$, $x \neq y$, so ist die ganze Gerade $\{(1-\lambda)x + \lambda y : \lambda \in K\} \subseteq L$.
   (b) Sei $A \in \mathrm{Mat}(m, 2; \mathbf{R})$, $b \in \mathbf{R}^m$ ($m \in \mathbf{N}$). Geben Sie alle Möglichkeiten an, wie $L = L_{A,b} \subseteq \mathbf{R}^2$ aussehen kann.

3. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:
$$\begin{array}{rrrrrcl} x_1 & +5x_2 & & +x_4 & +4x_5 & = & 1 \\ -x_1 & -5x_2 & +x_3 & -3x_4 & -4x_5 & = & 0 \\ -x_1 & -5x_2 & +2x_3 & -5x_4 & -4x_5 & = & 1 \\ x_1 & +5x_2 & -x_3 & +3x_4 & +4x_5 & = & 0 \end{array}$$

4. Zeigen Sie, dass jede Permutation Produkt von Transpositionen ist.

Abgabe: Mittwoch, 20. Juni 2007, 10.15 Uhr