Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. Frank Loose

SS 2007
12.10.2007

Nachklausur zu „Mathematik II für Physiker“

Klausur-Nr.:

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

Matrikel-Nr.:

1. (a) Zeigen Sie, dass die folgende Menge $L \subseteq \mathbf{R}^2$ eine Untervektorraum von $\mathbf{R}^2$ ist:
$$L = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \; y = x\}$$
   (b) Zeigen Sie, dass die folgende Menge $P \subseteq \mathbf{R}^2$ kein Untervektorraum von $\mathbf{R}^2$ ist:
$$P = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \; y = x^2\}$$

2. Wir betrachten die folgende lineare Abbildung $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$:
$$f(x, y) = (x - y, 0, y - x)$$
   (a) Geben Sie (mit Begründung) eine Basis für den Kern von f an.
   (b) Geben Sie (mit Begründung) eine Basis für das Bild von f an.

3. (a) Bringen Sie folgende Matrix $A \in \mathrm{Mat}_3(\mathbf{R})$ auf Zeilenstufenform und bestimmen Sie ihren Rang:
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
   (b) Geben Sie (mit Rechnung) zwei Matrizen $A, B \in \mathrm{Mat}_2(\mathbf{R})$ an, so dass gilt: $AB = 0$ aber $BA \neq 0$.

Bitte wenden!

4. (a) Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix $A \in \mathrm{Mat}_4(\mathbf{R})$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Zeigen Sie: Ist $n \in \mathbf{N}$ und $A \in \mathrm{Mat}_n(\mathbf{R})$ eine Matrix mit $A^n = 0$, so ist $\det(A) = 0$.