Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

SS 2009
25.05.2009
Blatt 06

Übungen zu „Lineare Algebra II“

1. Zeigen Sie, dass $A \in \mathrm{Sym}_2(\mathbf{R})$ positiv definit ist, nicht aber $B \in \mathrm{Sym}_2(\mathbf{R})$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Sei $V = \mathcal{C}^1([0,1]) = \{f\colon [0,1] \to \mathbf{R} : f \text{ stetig differenzierbar}\}$ und

$$\langle f, g\rangle := \int_0^1 f(x)g(x)dx + \int_0^1 f'(x)g'(x)dx.$$

   Zeigen Sie, dass $\langle\cdot,\cdot\rangle$ ein Skalarprodukt auf V ist.

3. Sei $\langle\cdot,\cdot\rangle$ ein Skalarprodukt auf einem reellen Vektorraum V und $d\colon V \times V \to [0,\infty)$ die induzierte Metrik. Zeigen Sie:

   (a) $d(v,w) = 0$ für $v, w \in V$, genau dann wenn $v = w$ ist;

   (b) $d(v,w) = d(w,v)$, für alle $v, w \in V$;

   (c) $d(v,u) \leq d(v,w) + d(w,u)$, für alle $v, w, u \in V$.

4. (a) Ist $p \in \mathbf{C}[X]$ ein normiertes Polynom vom Grad n und $n \geq 1$, so gibt es eine Matrix $A \in \mathrm{Mat}_n(\mathbf{C})$ mit $\chi_A = p$.

   (b) Ist $p \in \mathbf{R}[X]$ ein normiertes Polynom vom Grad n und $n \geq 1$, so gibt es eine Matrix $A \in \mathrm{Mat}_n(\mathbf{R})$ mit $\chi_A = p$.

Abgabe: Montag, 8. Juni 2009, 11 Uhr