

Mathematik II für Biologen

Übungsblatt 9 (Abgabe am 26.6.2009)

Aufgabe 26

(10 Punkte)

Die folgende Tabelle enthält die Wahlergebnisse der Europawahl 2009 für die Kreise Reutlingen und Tübingen.⁸

Partei	Reutlingen		Tübingen		Total
	Stimmen	Anteil	Stimmen	Anteil	
CDU	37499	38.3%	25996	31.1%	63495
SPD	16331	16.7%	13777	16.5%	30108
GRÜNE	14746	15.1%	20241	24.2%	34987
FDP	15813	16.1%	11279	13.5%	27092
Sonstige	13560	13.8%	12209	14.6%	25769
Gültige Stimmen	97949		83502		181451

Sie finden diese Daten auch in der Datei `europawahl.dat`. Testen Sie mit Hilfe eines χ^2 -Tests auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, ob das Wählerverhalten in Reutlingen von dem in Tübingen abweicht.

Vervollständigen Sie dazu den folgenden MATLAB-Code und notieren Sie (Sie müssen nichts ausdrucken!)

- was Sie für `?A?` und `?B?` eingesetzt haben,
- die Nullhypothese und die Alternativhypothese,
- den beobachteten Wert von χ^2 ,
- das Verwerfungskriterium sowie
- die Testentscheidung.

```
load europawahl.dat
spaltensummen=sum(europawahl)
zeilensummen=sum(europawahl') % , transponiert Matrizen und Vektoren
total=sum(spaltensummen)
erwartet=zeilensummen*spaltensummen/?A?
chi2matrix=(europawahl-erwartet).^2./erwartet
df=(5-1)*(2-1) % Anzahl Freiheitsgrade
chi2krit=df+2*sqrt(2*df)
chi2=?B?
```

Aufgabe 27

(10 Punkte)

Testen Sie nun – auf Basis der Daten aus Aufgabe 26 – mit einem χ^2 -Test auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, ob die Entscheidung, die FDP zu wählen (oder nicht), davon abhängt, ob es sich um einen Reutlinger oder Tübinger Wähler handelt. Geben Sie geeignete Kontingenztafeln für beobachtete und erwartete Größen an, und notieren Sie wieder die Hypothesen, den beobachteten Wert von χ^2 , das Verwerfungskriterium sowie die Testentscheidung.

⁸Quelle: http://www.bundeswahlleiter.de/de/europawahlen/EU_BUND_09/ergebnisse/kreisergebnisse/108/

Aufgabe 28

(10 Punkte)

Das Pharmaunternehmen ANTIQUARTIS preist das neue Mittel PASTOFEBRIL gegen Weidefieber bei Kühen an. Ein Landwirt probierte dieses Mittel an seiner Kuh Thekla aus, die an Weidefieber erkrankt war. Daraufhin wurde Thekla gesund. Nun ist auch die Kuh Elma an Weidefieber erkrankt.

Geben Sie aufgrund der Beobachtung an Thekla ein 95%-Vertrauensintervall für die Wahrscheinlichkeit p an, dass auch Elma gesund wird, wenn sie mit PASTOFEBRIL behandelt wird. Führen Sie dazu einen einseitigen Binomialtest durch (ohne jedoch die in der Vorlesung angegebenen Faustregeln anzuwenden, da $n = 1$ nun wirklich nicht groß ist). Testen Sie hierbei einseitig $H_0 : p = p_0$ gegen $H_A : p > p_0$ und erinnern Sie sich daran, dass das Vertrauensintervall aus denjenigen p_0 besteht, für die H_0 nicht verworfen werden kann. (Die Alternative H_A entspricht der Behauptung von ANTIQUARTIS und der Hoffnung des Landwirts, dass PASTOFEBRIL tatsächlich wirkt.)

Aufgabe 29

(10 Punkte)

Sie bearbeiten in einer Klausur eine Multiple-Choice-Aufgabe bestehend aus 5 Fragen mit jeweils 5 möglichen Antworten, von denen immer genau eine richtig ist. Für jede richtig beantwortete Frage werden Ihnen 2 Punkte gutgeschrieben, für jede falsch beantwortete Frage werden Ihnen 2 Punkte abgezogen, unbeantwortete Fragen geben weder Punktgutschriften noch -abzüge. Falls sich eine negative Gesamtpunktzahl für die Aufgabe ergibt, wird sie mit Null Punkten gewertet.

Die Antwort auf zwei Fragen wissen Sie sicher, bei den anderen 3 Fragen haben Sie keine Ahnung – Sie entscheiden sich, bei diesen 3 Fragen zu raten. Sei X die von Ihnen in der gesamten Aufgabe erreichte Punktzahl.

- Welche Werte kann X annehmen?
- Berechnen Sie für jeden der Werte aus Teil a die Wahrscheinlichkeit, dass er angenommen wird.
- Bestimmen Sie nun auch den Erwartungswert $E[X]$, die Varianz $\text{Var}(X)$ sowie die Standardabweichung $\sigma(X)$.
- War es eine gute Idee zu raten?

Aufgabe 30 (Vorzeichentest)

(10 Punkte)

In einer Studie über den Effekt des Rauchens auf die Blutgerinnung wurde bei 11 Personen vor und nach dem Rauchen einer Zigarette der prozentuale Anteil von aggregierten Blutplättchen in einer Blutprobe gemessen. Dabei ergaben sich folgende Daten:

Person Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Anteil vorher	25	25	27	44	30	67	53	53	52	60	28
Anteil nachher	27	29	37	56	46	82	57	80	61	59	43

Um zu beurteilen, ob der Anteil von aggregierten Blutplättchen nach dem Rauchen der Zigarette systematisch größer ist als vorher (dies ist H_A), zählt man einfach die Anzahl T der Personen, bei denen die Differenz positiv ist (daher der Name *Vorzeichentest*).

- Welche Werte kann die Teststatistik T theoretisch annehmen? Welchen Wert hat T in dieser Studie?
- Wenn die Nullhypothese $H_0 : \text{Rauchen beeinflusst nicht die Aggregation der Blutplättchen}$ richtig ist, welche Verteilung hat dann T ? Geben Sie dazu eine Formel für $P[T = k]$ für alle in (a) bestimmten möglichen Werte k von T an.
- Berechnen Sie den zugehörigen p -Wert des Tests.