

Mathematik II für Biologen
Wiederholung:
Gebräuchliche Teststatistiken bzw. -typen

Stefan Keppeler

17. Juli 2009

Testablauf

Beliebte Tests

Binomialtest

Spezialfall $p = \frac{1}{2}$: Vorzeichentest

χ^2 -Test

	Testablauf allgemein (Vorlesung 3)
1	Nullhypothese H_0
2	Alternativhypothese H_A
3	Wähle Teststatistik X
4	Verteilung von X falls H_0 wahr
5	Wähle Signifikanzniveau α
6	Verwerfungsbereich K (aus 4 & 5)
7	Bestimme X aus Daten
8	Testentscheidung: $X \in K$ oder $X \notin K$?

...mit Varianten für p-Wert und Vertrauensintervall (VI)
(siehe Vorl. 4)



Name	Teststatistik	oft gesucht
Binomialtest	# "Erfolge"	VI für p (Wahrsch. für "Erfolg")
Spezialfall $p = \frac{1}{2}$: Vorzeichentest	# Werte $<>$ Vergleichswert	(Testergebnis) VI für Median
Wilcoxon-Test	pos. (neg.) Rangsumme	(Testergebnis) VI für Median
t-test (z-Test)	standardisierter Mittelwert	VI für Erwartungswert
χ^2 -Test	χ^2	Testergebnis

- ▶ man weiß: $X \sim \text{Bin}(n, p)$
- ▶ n bekannt
- ▶ gesucht: p
- ▶ $H_0: p = p_0$ ($H_A: p \neq p_0$ oder $>$, $<$)
- ▶ 3. Teststatistik: X
- ▶ 6.–8. Faustregel (für n groß, genauer $np(1-p) > 9$):
Verwerfe (beidseitig, $\alpha = 5\%$), falls

$$|X_{\text{beobachtet}} - np_0| \geq 1,96 \sqrt{np_0(1-p_0)}$$

- ▶ 95%-Vertrauensintervall für p laut Faustregel (für n groß, ...)

$$p = \frac{X_{\text{beob.}}}{n} \pm 1,96 \sqrt{\frac{1}{n} \frac{X_{\text{beob.}}}{n} \left(1 - \frac{X_{\text{beob.}}}{n}\right)}$$

- ▶ gegeben: Stichprobe x_1, \dots, x_n
- ▶ Annahme: x_i sind Werte von Zufallsvariablen X_i ,
 - ▶ iid
 - ▶ mit $\text{med}_{X_i} =: m$ ($\forall i$)
- ▶ 3. Teststatistik: $X = \#\{x_i : x_i - m > 0\}$ (oder $<$)
- ▶ 4. $X \sim \text{Bin}(n, \frac{1}{2})$
- ▶ 6. Faustregel für Verwerfungsbereich wie Binomialtest
- ▶ VI für Median: Durchprobieren

ähnlich:

- ▶ Wilcoxon-Test: andere Teststatistik
- ▶ t-test (z-Test): für Mittelwert statt Median
(Faustregeln siehe Vorl. 9)

Variante 1: χ^2 -Anpassungstest (z.B. ÜA 17: Mendel)

- ▶ Daten, die in verschiedene Klassen fallen (entweder natürlich oder beliebig eingeteilt)
- ▶ Sind Daten auf erwartete Weise verteilt?
- ▶ 3. Teststatistik:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(n_i - m_i)^2}{m_i}$$

wobei

- ▶ n_i : beobachtete # in Klasse i
 - ▶ m_i : erwartete # in Klasse i
- ▶ 6.–8. Verwerfe, falls $\chi^2 \geq \chi_{\text{krit.}}^2$.

Faustregel (für $\alpha = 5\%$): $\chi_{\text{krit.}}^2 = \nu + 2\sqrt{2\nu}$

wobei ν : Anzahl der Freiheitsgrade

(beim Anpassungstest: $\nu = \# \text{ Klassen} - 1$)

Variante 2: χ^2 -Test für Kontingenztafel
(z.B. ÜA 24: Zulassungszahlen)

- ▶ zwei Merkmale
treten in 2 oder mehr Ausprägungen auf
(legt Klassen bereits fest)
- ▶ Sind Merkmale unabhängig voneinander verteilt? (H_0)
- ▶ 3. Teststatistik: χ^2 (wie vorher)
- ▶ 6.–8. Faustregel: ebenfalls wie vorher
wobei nun

$$\nu = (\# \text{ Zeilen} - 1)(\# \text{ Spalten} - 1)$$