Aufgabe 5 (2+1+4+2+2=11 Punkte)
Kuh Thekla und Kuh Elma waren beide an Weidefieber erkrankt. Beide wurden mit Pastofebril behandelt, und beide wurden daraufhin wieder gesund.
Wir bezeichnen mit p die (unbekannte) Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine, an Weidefieber erkrankte und mit Pastofebril behandelte, Kuh gesund wird. Um abzuschätzen, wie groß p mindestens ist, bestimmen wir ein einseitiges 95%-Vertrauensintervall für p. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- Testen Sie H0 : p = p0 gegen HA : p > p0.
- Wählen Sie als Teststatistik X die Anzahl der wieder gesund gewordenen Kühe in unserer (zugegebenermaßen kleinen) Stichprobe.

a) Wie ist X unter H0 verteilt?
b) Was ist der beobachtete Wert der Teststatistik?
c) Bestimmen Sie den p-Wert des Tests.
d) Für welche p0 ist der p-Wert 5%?
e) Geben Sie das gesuchte 95%-Vertrauensintervall für p an.

$H_0: p = p_0$

$H_A: p > p_0$

$X = 2$ ← geheilte Kühe

Stichprobenumfang n

a) $X \sim \text{Bin}(2, p_0)$

b) $X = 2$

c) $\text{p-Wert} = P[X \geq 2] = P[X = 2] = p_0^2$

d) $\text{p-Wert} \leq 5\%$ (dann würde ein Test auf Sig.-Niv. $\alpha = 5\%$ verwerfen)

d) p-Wert $\leq 5\%$ (dann würde ein Test auf Sig.-Niv. $\alpha = 5\%$ verwerfen)

$$p_0^2 \leq 0{,}05 \underset{\text{(alles pos.)}}{\iff} p_0 \leq \sqrt{0{,}05} \approx 0{,}22$$

e) Falls $p_0 \leq 22\%$, dann verwirft der Test auf Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$.

<u>Umgekehrt</u>: Falls $p_0 > 22\%$, dann verwirft der Test nicht (für $\alpha = 5\%$), d.h.

95%-VI: $(0{,}22\,,\ 1]$

Aufgabe 3 (2+2=4 Punkte)

Das Verwerfungskriterium für einen beidseitigen t-Test mit 17 Freiheitsgraden auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 4\%$ lautet
$|T| > 2{,}22$.

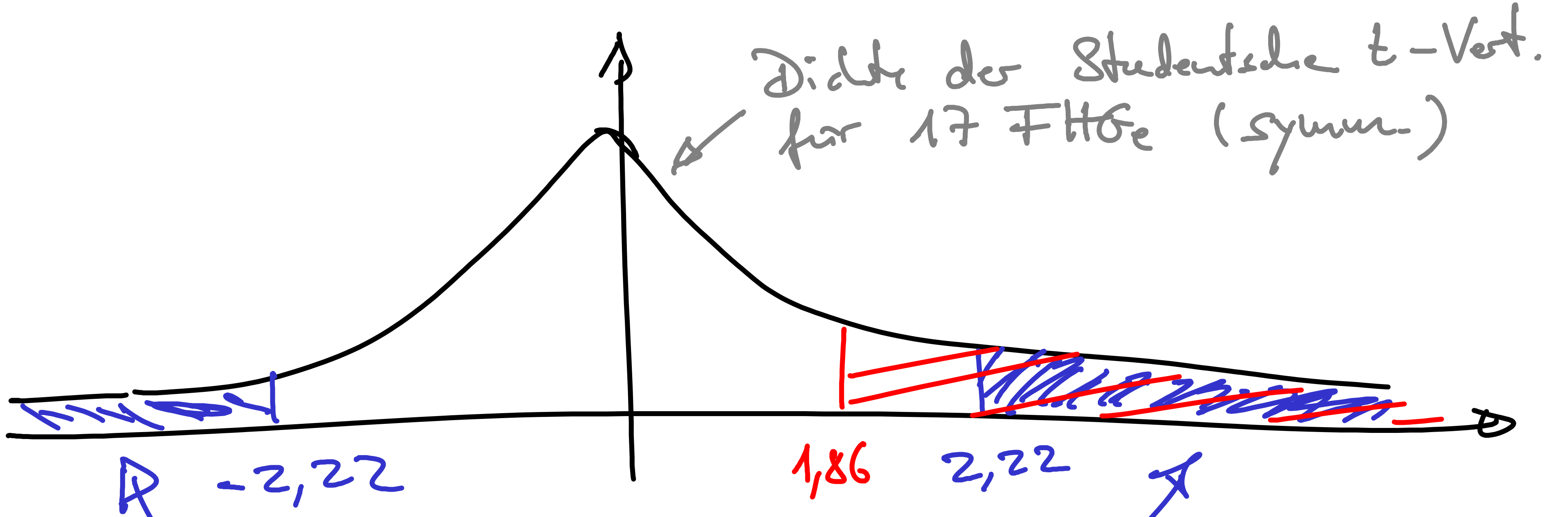
Das Verwerfungskriterium für einen rechtsseitigen t-Test mit 17 Freiheitsgraden auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 4\%$ lautet
$T > 1{,}86$.

Geben Sie jeweils das Verwerfungskriterium für einen

a) beidseitigen t-Test auf Signifikanzniveau $\alpha = 8\%$,

b) linksseitigen t-Test auf Signifikanzniveau $\alpha = 2\%$,

mit 17 Freiheitsgraden an.



roter Bereich $\hat{=}$ 4%

blauer Bereich $\hat{=}$ 4% (in der Summe)
(links 2%, rechts 2%)

a) $|T| > 1{,}86$

b) $T < -2{,}22$

Klausur, Aufgabe 2

a) $E[X] = 1 \cdot \frac{1}{20} + 2 \cdot \frac{1}{20} + \dots + 20 \cdot \frac{1}{20}$

mögl. Ergebnis　　　Wahrsch. dafür

$= \frac{1+2+3+\dots+20}{20} = 10{,}5$

$Var(X) = \frac{1}{20}\left[(1-10{,}5)^2 + \dots + (20-10{,}5)^2\right]$

$\approx \cancel{35{,}5}$ ich komme auf 33,25 SK

$med_X = \frac{10+11}{2}$

b) x = {5, 20, 14, 18, 15, 12, 10, 18}

geordnete Stichprobe

5 , 10 , | 12 , 14 , | 15 , 18 , | 18 , 20

$q_{0,75} = 18$

$q_{0,25} = 11$

Median $\frac{14+15}{2} = 14{,}5$

Quartilsdifferenz: $18 - 11 = 7$

c) (iv) Führen Sie nun auch einen Vorzeichen-Test durch,
d.h. wählen Sie als Teststatistik T := #{Würfelergebnisse ≤ 10}.
Geben Sie den beobachteten Wert der Teststatistik an. (1 Punkte)
Bestimmen Sie den Verwerfungsbereich (gemäß Faustregel†). (3 Punkte)
Wie entscheidet der Test? (1 Punkt)

beobachtet : $46 = T$

Verwerfungsbereich: K

Faustregel: verwerfe falls

$$T \in \underbrace{\{0, \ldots, 40\} \cup \{60, \ldots, 100\}}_{= K}$$

$$np_0 - 1{,}96\sqrt{np_0(1-p_0)} \qquad\qquad np_0 + 1{,}96\sqrt{np_0(1-p_0)}$$

$n = 100$, $p_0 = \frac{1}{2}$ ("Wahrsch. für Erg. ≤ 10 unter d. Annahme, dass Würfel fair" / Vorz.-Test)

$$50 \pm 1{,}96\sqrt{25} = 50 \pm 1{,}96 \cdot 5 = \begin{cases} 40{,}2 \\ 59{,}8 \end{cases}$$

$46 \notin K \Rightarrow$ Test verwirft nicht