

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 7.5.2009 vor der Vorlesung in M3)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Wie betrachten das AWP $y'(x) - y(x) = 1$, $y(0) = 0$.

- Lösen Sie das AWP (wie in Aufgabe 5).
- Bestimmen Sie alle Picard-Iterierten $y_n(x)$, $n \in \mathbb{N}_0$, für das AWP.
- Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x)$ und vergleichen Sie mit Teil a.

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeichnen Sie die folgende Teilmenge des \mathbb{R}^2 :

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \right\}$$

HINWEIS: Falls Ihnen die Gleichung nicht bekannt vorkommt, dann werfen Sie mal einen Blick auf <http://de.wikipedia.org/wiki/Ellipse>.

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Die Abbildung $\mathbb{R}^2 \ni \vec{x} \mapsto \vec{x}' = D_\phi \vec{x} \in \mathbb{R}^2$ mit

$$D_\phi = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

bewirkt eine Drehung des Vektors \vec{x} .

- Illustrieren Sie dies für $\phi = \frac{\pi}{6}$ und die Vektoren $(2, 0)^T$ und $(1, 1)^T$ mit einer Skizze.
- Zeigen Sie: $D_\phi^{-1} = D_\phi^T = D_{-\phi}$ (d.h. $\vec{x} = D_{-\phi} \vec{x}'$).

Aufgabe 9

(10 Punkte)

Wir möchten nun die Menge

$$E = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{5}{8}(x^2 + y^2) + \frac{3}{4}xy = 1 \right\}$$

zeichnen.

- Drücken Sie die Bestimmungsgleichung in den gedrehten Koordinaten $(x', y')^T = D_\phi \vec{x}$ aus (D_ϕ wie in Aufgabe 8), und wählen Sie ϕ so, dass kein Term proportional zu $x'y'$ auftritt.
- Zeichnen Sie E in einem xy -Koordinatensystem. Tragen Sie dazu zunächst das gedrehte $x'y'$ -Koordinatensystem ein.