Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler

Sommersemester 09

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe am 18.06.2008)

Aufgabe 27 (10 Punkte)
Bestimmen Sie alle Minima, Maxima und Sattelpunkte von $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = \cos(x)\sin(y)$.

Aufgabe 28 (10 Punkte)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = \mathrm{e}^{-x^2-y^2}$.

a) Bestimmen Sie alle Extrema von f.
b) Bestimmen Sie alle potentiellen Extrema von f unter der Nebenbedingung $(x-1)^2 + y^2 = 4$. Können Sie entscheiden, ob es sich tatsächlich um Minima oder Maxima handelt?
c) Sei $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (x-1)^2 + y^2 \leq 4\}$.
Bestimmen Sie $\max\limits_{(x,y)\in D} f(x, y)$ und $\min\limits_{(x,y)\in D} f(x, y)$.

Hinweis: Denken Sie neben Satz 36 auch an Satz 27.

Aufgabe 29 (10 Punkte)
Ist das folgende Vektorfeld konservativ? Geben Sie ggf. ein Potential an.

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{x^2+y} + z\cos(xz) \\ \mathrm{e}^{y} \displaystyle\int_1^x \mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t \\ x\cos(xz) \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie außerdem $\int_{\mathfrak{K}} \vec{f}\,\mathrm{d}\vec{x}$ für $\mathfrak{K} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ \sin(2t) \end{pmatrix}$, $t \in [0, 2\pi]$ und skizzieren Sie $\mathfrak{K}$.

Aufgabe 30 (10 Punkte)
Wir möchten alle Lösungen der DGL[2]

$$y^{(4)} + 2y^{(3)} + 2y'' + 2y' + y = \pi$$

finden. Dazu betrachten wir zunächst die zugehörige homogene Gleichung und machen den Ansatz

$$y(x) = \mathrm{e}^{\lambda x}\,.$$

a) Welche Gleichung muss λ erfüllen?
b) Welche λ lösen diese Gleichung? Hinweis: $\lambda = \mathrm{i}$ ist darunter.
c) Geben Sie dementsprechend 4 linear unabhängige Lösungen der homogenen Gleichung an. Hinweis: Eine doppelte Lösung der Bestimmungsgleichung für λ behandeln Sie wie bei DGLn zweiter Ordnung.
d) Raten Sie eine Lösung der inhomogenen Gleichung.
e) Geben Sie die Lösungsmenge der inhomogenen Gleichung an.

---

[2] Zur Erinnerung: $y^{(2)} = y''$