Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

SS 2010
12.04.2010
Blatt 1

Übungen zu „Algebraische Topologie II“

1. Gegeben sei das folgende kommutative Diagramm von Gruppen

$$\begin{array}{ccccccccc} A & \xrightarrow{f} & B & \xrightarrow{g} & C & \xrightarrow{h} & D & \xrightarrow{i} & E \\ \downarrow{\scriptstyle j} & & \downarrow{\scriptstyle k} & & \downarrow{\scriptstyle l} & & \downarrow{\scriptstyle m} & & \downarrow{\scriptstyle n} \\ A' & \xrightarrow{f'} & B' & \xrightarrow{g'} & C' & \xrightarrow{h'} & D' & \xrightarrow{i'} & E' \end{array}$$

   mit der Eigenschaft, dass die Zeilen exakt sind, sowie k und m Isomorphismen, j surjektiv und n injektiv sind. Zeigen Sie, dass l ein Isomorphismus ist.

2. Berechnen Sie die Homologiegruppen der topologischen Räume $S^1 \times \mathbb{R}$, $S^1 \times B^2$ und dem Möbiusband.

3. Sei (X, A) ein Raumpaar und $\partial_*\colon H_k(X, A) \to H_{k-1}(A)$ der verbindende Homomorphismus der langen Homologie–Sequenz des Raumpaares (X, A). Zeigen Sie für alle $\bar{z} \in Z_k(X, A),\ z \in S_k(X)$:
$$\partial_*([\bar{z}]_{(X,A)}) = [\partial z]_A.$$

4. Beweisen Sie mit dem Ausschneidungssatz, dass $H_n(B^n, S^{n-1}) \cong \mathbb{Z}$ ist und $H_k(B^n, S^{n-1}) = 0$ sonst.

Abgabe: Montag, 19. April 2010, 9 Uhr