Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

SS 2010
10.05.2010
Blatt 5

Übungen zu „Algebraische Topologie II“

1. Zeigen Sie, dass der Randoperator $\partial = (\partial_k)_{k\in\mathbb{Z}}$ eines simplizialen Komplexes wohldefiniert ist und für alle $k \in \mathbb{Z}$ gilt:
$$\partial_{k-1} \circ \partial_k = 0.$$

2. Seien (E, K) und (F, K) simpliziale Komplexe, $\varphi\colon K \to L$ simplizial und von $\varphi_0\colon E \to F$ induziert. Zeigen Sie, dass für alle $k \in \mathbb{Z}$ ein Homomorphismus $C_k\varphi\colon C_k(K) \to C_k(L)$ durch
$$C_k\varphi([v_0, \ldots, v_k]) := [\varphi_0(v_0), \ldots, \varphi(v_k)]$$
wohldefiniert wird und $C\varphi = (C_k\varphi)\colon C(K) \to C(L)$ zu einer Kettenabbildung macht.

3. Ein simplizialer Komplex (E, K) heisst *zusammenhängend*, wenn es zu je zwei Ecken e_1 und e_2 einen Kantenweg κ gibt mit $\kappa^- = e_1$ und $\kappa^+ = e_2$. Zeigen Sie, dass für einen zusammenhängenden simplizialen Komplex gilt:
$$H_0(K) \cong \mathbb{Z}.$$

4. Seien K und L simpliziale Komplexe und $\varphi, \psi\colon K \to L$ benachbarte simpliziale Abbildungen. Zeigen Sie, dass dann φ und ψ die gleichen Abbildungen $\varphi_*, \psi_*\colon H(K) \to H(L)$ in den Homologien induzieren,
$$\varphi_* = \psi_*.$$

Abgabe: Montag, 17. Mai 2010, 9 Uhr