Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

SS 2010
17.05.2010
Blatt 6

Übungen zu „Algebraische Topologie II“

1. Seien $G_1, \dots, G_n$ ($n \in \mathbb{N}$) endlich erzeugte abelsche Gruppen und
$$0 \longrightarrow G_1 \longrightarrow \dots \longrightarrow G_n \longrightarrow 0$$
eine exakte Sequenz. Zeigen Sie:
$$\sum_{i=1}^{n} (-1)^i \mathrm{rg}(G_i) = 0.$$

2. (a) Sei L ein simplizialer Komplex und $K \subset L$ ein Unterkomplex. Definieren Sie die relative simpliziale Homologie des Paares (L, K) und formulieren Sie einen Ausschneidungssatz.
   (b) Beweisen Sie den Ausschneidungssatz. (Hinweis: Er ist viel einfacher zu beweisen als in der singulären Homologie.)

3. Formulieren und beweisen Sie eine simpliziale Version der langen exakten Mayer-Vietoris-Sequenz für einen simplizialen Komplex L mit zwei Unterkomplexen K_1 und K_2, so dass $L = K_1 \cup K_2$ ist. (Hinweis: Auch diese ist einfacher zu beweisen als im singulären Fall.)

4. Triangulieren Sie die folgenden Polyeder X mit einem simplizialen Komplex K und berechnen Sie seine Homologie mit Hilfe von Kohärenz– und Verschiebungsargumenten:
   (a) X das Möbiusband,
   (b) X der zweidimensionale reell-projektive Raum,
   (c) X der zweidimensionale reelle Torus.

Abgabe: Montag, 31. Mai 2010, 9 Uhr