Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

SS 2011
18.05.2011
Blatt 6

Übungen zu „Differentialgeometrie II“

1. Seien M, N und P geschlossene Mannigfaltigkeiten gleicher Dimension und seien $f : M \to N$ und $g : N \to P$ glatte Abblildungen. Zeigen Sie:
$$\deg(g \circ f) = \deg(g)\deg(f).$$

2. Sei $n \in \mathbb{N}$ ungerade und $\pi : \mathbb{S}^n \to \mathbb{P}^n$ die kanonische Projektion. Zeigen Sie, dass es eine Orientierung auf $\mathbb{P}^n$ gibt, so dass (bzgl. der Standardorientierung auf $\mathbb{S}^n$) $\operatorname{sgn}(\mathrm{D}\pi_{\mathrm{p}}) = +1$ ist, für alle $p \in \mathbb{S}^n$. (Hinweis: Für die Antipodenabbildung $d : \mathbb{S}^n \to \mathbb{S}^n$ gilt: $\deg(d) = +1$.)

3. Sei $n \in \mathbb{N}$ ungerade. Zeigen Sie, dass die Antipodenabbildung $d : \mathbb{S}^n \to \mathbb{S}^n$ homotop zur Identität ist

4. (Retraktionssatz) Zeigen Sie, dass es keine glatte Retraktion $r : \mathbb{B}^n \to \mathbb{S}^{n-1}$ gibt (d.h. $r|_{\mathbb{S}^{n-1}} = \mathrm{id}_{\mathbb{S}^{n-1}}$). (Hinweis: Betrachte $H : \mathbb{S}^{n-1} \times [0,1] \mapsto \mathbb{S}^{n-1} : (p,t) \mapsto r(tp)$).

Abgabe: Mittwoch, 25. Mai 2011, 9 Uhr