

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 1 (Abgabe am 21.04.2011)

Aufgabe 1

(10 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^4 \frac{6x^2 - 3 + \sqrt{x}}{x} dx$

b) $\int_0^{\sqrt{3}} 2x e^{x^2} dx$

c) $\frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$

d) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{\infty} t^2 e^{-t^2} dt$

HINWEIS: Denken Sie daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt.

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

b) $\int \cos^3 x dx$

c) $\int \cos^5 x dx$

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

b) $\int_2^{\infty} \frac{3x + 9}{x^3 + 2x^2 - x - 2} dx$

c) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2} dx$

HINWEIS: 1 ist eine Nullstelle des Nenners.

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f : x \mapsto x^2 - x - 2$, der Tangente an den Graphen an der Stelle $x = 3$ sowie der x -Achse eingeschlossen wird.

Aufgabe 5

(10 Punkte)

Sei für $n \in \mathbb{N}_0$

$$S_n(x) := \int \sin^n(x) dx \quad \text{und} \quad C_n(x) := \int \cos^n(x) dx.$$

Zeigen Sie für $n \geq 2$

$$S_n(x) = -\frac{1}{n} \cos(x) \sin^{n-1}(x) + \frac{n-1}{n} S_{n-2}(x)$$

und leiten Sie eine ähnliche Formel für C_n her.