

MATHEMATIK FÜR PHYSIKER IV
Übungsblatt 6

Aufgabe 21:

Berechne die folgenden Integrale mit dem Residuenkalkül:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 4)^2} dx, \quad \int_0^{2\pi} \frac{2 + 4 \cos t}{5 + 4 \sin t} dt.$$

Aufgabe 22:

Zeige, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 + a^2} dx = \pi \frac{e^{-a}}{a}, \quad a > 0.$$

Aufgabe 23:

Zeige, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(x)}{x^2 + a^2} dx = \pi e^{-a}, \quad a > 0.$$

Aufgabe 24:

Zeige, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1 + x^2)^{n+1}} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)} \pi.$$

Aufgabe 25:

Zeige, dass für $a > 0$ gilt

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(x)}{x^2 + a^2} dx = \frac{\pi}{2a} \log(a).$$

Hinweis: Benutze den folgenden Weg:

