SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 1 vom 17.04.13 - Abgabe am 24.04.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Informieren Sie sich über die Axiome von PEANO zur Definition der Menge der natürlichen Zahlen. Stellen Sie diese Axiome in einer anschaulichen, nicht zu abstrakten Form zusammen, sodass ein interessierter Schüler folgen kann.
Wie findet sich der von PEANO verwendete Begriff „Nachfolger" in der Definition der Vorlesung wieder?

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Formulieren Sie eine Vermutung und beweisen Sie diese mit Hilfe von vollständiger Induktion. Achten Sie auf eine korrekte und vollständige Darstellung des Beweises.
a) Wie lautet die n-te Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x \cdot e^x$?
b) Wie lautet ein geschlossener Term für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen?

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Die Summenformel $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$ soll in der Schule mit vollständiger Induktion bewiesen werden. Entwickeln Sie für den Beweis einen Tafelanschrieb, der folgende Forderungen erfüllt:

- Die Darstellung soll einem Schüler ermöglichen, dieses Beweisprinzip beispielhaft zu verstehen.
- Die Darstellung soll die logische Beweisführung klar herausstellen.
- Die Darstellung soll auch rechentechnische Schwierigkeiten aufarbeiten.
- Der Aufbau und die Darstellung soll darauf Rücksicht nehmen, dass die Kenntnisse der Schüler hinsichtlich abstrakter Notationen noch wenig entwickelt sind.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Nach PEANO ist die Addition auf N so festgelegt:
$\forall n, m \in N:$ I. $n+0 = n$ und II. $n+m' = (n+m)'$
(n' ist der Nachfolger von n)
Beweisen Sie das Kommutativgesetz für + nacheinander in folgenden Schritten:
a) $\forall n \in N:$ $0+n = n$
b) $\forall n, m \in N:$ $n+m' = n'+m$ („Schaukellemma"; Tipp: Induktion über m)
c) $\forall n, m \in N:$ $n+m = n+m$