SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 2 vom 24.04.13 - Abgabe am 8.05.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zur Konstruktion von Z auf der Grundlage von N wurde in der Vorlesung auf der Menge $N \times N = \{(x,y) \mid x,y \in N\}$ folgende Relation definiert: $(a,b) \sim (c,d) \Leftrightarrow a + d = b + c$,
wobei + die in N definierte Addition ist.
a) Erläutern Sie das Ziel dieser Konstruktion. Wie kommt man auf die o.g. Definition?
b) Weisen Sie nach, dass die o.g. Relation eine Äquivalenzrelation ist, d.h. reflexiv, symmetrisch und transitiv ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Im Folgenden steht [a,b] für die Äquivalenzklasse, die (a,b) enthält (nach Aufgabe 1).
a) In der Vorlesung wurde die Addition auf Z so definiert:

$$[a,b] + [c,d] := [a+c , b+d] \text{ mit } (a,b,c,d \in N)$$

Weisen Sie nach, dass für die definierte Addition + das Assoziativgesetz und das Kommutativgesetz gilt. In der Definition wurde für die neu definierte Addition dasselbe Zeichen + wie für die Addition auf N verwendet. Benützen Sie beim Nachweis für die neu definierte Addition das Symbol $\oplus$.
b) In der Vorlesung wurde die Multiplikation auf Z so definiert:

$$[a,b] \otimes [c,d] := [a\cdot c+b\cdot d , a\cdot d+b\cdot c] \text{ mit } (a,b,c,d \in N)$$

Weisen Sie nach, dass für $x,y \in Z$ dafür die Nullteilerfreiheit gilt, d.h.

$$x \otimes y = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ oder } y = 0.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
In der Schule werden für die rationalen Zahlen zwei Darstellungen verwendet: Die Bruchschreibweise und die Dezimalschreibweise.
Überzeugen Sie einen Schüler (z.B. mit passenden Beispielen) aus der Mittelstufe:
a) Jede Bruchzahl kann man als abbrechende oder periodische Dezimalzahl schreiben.
Tipp: Schreiben Sie den Bruch mittels schriftlicher Divisionen als Dezimalzahl.
b) Jede abbrechende oder periodische Dezimalzahl kann man als Bruchzahl schreiben.
Tipp: Schreiben Sie zunächst $\frac{1}{9}, \frac{1}{99}; \frac{1}{999}; \ldots$ als periodische Dezimalzahlen.
Zur Heuristik ist ein Taschenrechner nützlich.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
In der Schule werden neue Objekte wie die negativen Zahlen oder die Bruchzahlen nicht konstruiert, sondern als gegeben genommen. Es bleibt aber die Aufgabe, die Rechenoperationen für die neuen Objekte festzulegen.
Wie kann man Schülern (Klasse 5-6!) erläutern, dass für die ganzen Zahlen gilt:
1. Plus mal Minus gleich Minus
2. Minus mal Plus gleich Minus
3. Minus mal Minus gleich Plus

Verwenden Sie dazu das Argument, dass in die in N geltenden Rechenregeln auch in Z gelten sollen („Permanenzprinzip“). Informieren Sie sich dazu in Schulbüchern.