SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 7 vom 12.06.13 - Abgabe am 19.06.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben sind die auf R definierten Funktionen f: $x \rightarrow 2x$, g: $x \rightarrow x^2$ und h: $x \rightarrow x-3$.
a) Wie lautet die Verkettung $g \circ f \circ h$ in der Form $x \rightarrow a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots a_0$?
Stellen Sie die folgenden Funktionen als Verkettung von f, g und h dar:
i: f: $x \rightarrow 2(x^2 - 3)$; j: f: $x \rightarrow 2x^2 - 3$; k: f: $x \rightarrow (2x-3)^2$.
b) Sind die Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie.
(I) Die Verkettung von Funktionen ist kommutativ.
(II) Verkettet man dieselben Funktionen in verschiedener Reihenfolge, dann ergeben sich auch verschiedene Funktionen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Die Funktion f sei auf einem abgeschlossenen Intervall [a,b] definiert mit f(a) < f(b). Es soll untersucht werden, ob folgende Aussage $A \Leftrightarrow B$ wahr ist:
A: f ist stetig auf [a,b] $\Leftrightarrow$ B: Zu jedem c mit $f(a)<c<f(b)$ gibt es ein z mit $a<z<b$ und $f(z) = c$.
a) Stellen Sie den Zusammenhang der angegeben Aussage mit dem Zwischenwertsatz her.
b) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen g, h und i. Prüfen Sie, ob die Aussage $A \Leftrightarrow B$ bei den Funktionen g, h und i wahr ist.

g: $[0,2] \rightarrow \begin{cases} x+1; 0 \le x \le 1 \\ x-2; 1 < x \le 2 \end{cases}$ h: $[0,2] \rightarrow \begin{cases} -x+1;\ 0 \le x \le 1 \\ 2x-1; 1 < x \le 2 \end{cases}$ i: $[0,2] \rightarrow \begin{cases} -x+1;\ 0 \le x \le 1 \\ 2x-2; 1 < x \le 2 \end{cases}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sie sind die Lehrerin / der Lehrer. Klären Sie die Fragen.
a) Zitat aus www.matheboard.de : *Der Nullstellensatz sagt doch aus, dass eine Funktion in einem Intervall, die sowohl negative als auch positive Werte annimmt, mindestens eine Nullstelle besitzt. Jetzt ist es aber doch so, dass z.B. die Funktion y = x^2 eine doppelte Nullstelle besitzt, obwohl keine negativen Werte angenommen werden.*
Kann man das erklären ?

b) Frage eines Schülers beim Thema Stetigkeit: *Im Buch steht, dass die Funktion f: $x \rightarrow \frac{1}{x}$ stetig ist. Sie sagten, Stetigkeit würde bedeuten, dass man den Graphen ohne abzusetzen durchzeichnen kann. Das passt doch nicht zusammen.*

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Ist die Aussage wahr oder falsch? Bei „Wahr" ist keine Begründung erforderlich, bei „Falsch" die Angabe eines Gegenbeispiels.
Die Funktion f ist auf R definiert.
a) Wenn f umkehrbar ist, dann ist f injektiv.
b) Wenn f umkehrbar ist, dann ist f stetig.
c) Wenn f streng monoton fallend ist, dann ist f umkehrbar.
d) Wenn f stetig und umkehrbar ist, dann nimmt f ein Supremum und ein Infimum an.