

SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 8 vom 19.06.13 - Abgabe am 26.06.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Sätze für ganzrationale Funktionen der Form

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 \text{ vom Grad } n \leq 5.$$

- Wenn der Funktionsterm von f nur ungerade Hochzahlen von x besitzt, dann ist der Graph von f symmetrisch zum Ursprung.
- Wenn der Graph von f symmetrisch zum Ursprung ist, dann besitzt der Funktionsterm von f nur ungerade Hochzahlen von x . Stellen Sie in b) die Argumente des Beweises prägnant dar.

Hinweis: Die Aussagen a) und b) gelten für beliebigen Grad n . Entsprechende Aussagen gelten für gerade Hochzahlen und Achsensymmetrie zur y -Achse.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Wie zeigen Sie am Beispiel der Funktion f mit $f(x) = 6x^3 - 20x^2 - 100x - 200$, dass man das Verhalten für $x \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$ am Grad des Polynoms und am Vorzeichen der höchsten x -Potenz ablesen kann, also letztlich am Summanden $6x^3$.

b) Geben Sie eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 mit folgenden Eigenschaften an:

- $f(x) \rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow +\infty$ und $f(x) \rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow -\infty$.
- Der Graph von f schneidet die x -Achse bei $x = 1$.
- Der Graph von f berührt die x -Achse bei $x = -1$.

Skizzieren Sie einen Graphen von f .

c) Zeigen Sie mit Hilfe der Ableitung: Der Graph von f mit $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ geht durch den Punkt $Y(0 \mid a_0)$ und hat dort die Tangente mit der Gleichung $y = a_1 x + a_0$. Prüfen Sie die Aussage am Ergebnis von b).

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion, deren Graph die Punkte $A(-3 \mid 0)$, $B(-2 \mid 0)$, $C(-1 \mid 1)$, $D(1 \mid -1)$, $E(2 \mid 0)$, $F(3 \mid 0)$ enthält.

Führen Sie diese Aufgabe mit zwei verschiedenen Ansätzen aus.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Beschreiben Sie, wie man den Graphen einer rationalen Funktionen der Form $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$

(g und h sind Polynome) auf *Nullstellen*, *Senkrechte Asymptoten*, *Waagrechte Asymptoten* und *Schiefe Asymptoten* untersucht.

b) Bestimmen Sie einen Funktionsterm der

$$\text{Form } f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \text{ (} g \text{ und } h \text{ sind Polynome),}$$

der mit dem abgebildeten Graphen in den Nullstellen und Asymptoten übereinstimmt.

