

SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 10 vom 03.07.13 - Abgabe am 10.07.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)

In dieser Aufgabe alle Herleitungen für die Ableitung in der Form $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

- Leiten Sie die Ableitung von $f(x) = x^4$ mit der o.g. Form her.
- Zur Herleitung der Ableitung von $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$; $n \geq 1$) muss die Potenz $(x+h)^n$ als Summe geschrieben werden. Wie lautet diese Summe allgemein?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

In dieser Aufgabe alle Herleitungen für die Ableitung in der Form $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$.

- Leiten Sie die Ableitung von $f(x) = x^4$ mit der o.g. Form her.
- Für die Ableitung von $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$; $n \geq 1$) muss die Differenz $x^n - a^n$ als Produkt in der Form $x^n - a^n = (x - a)(\dots)$ geschrieben werden. Wie lautet dieses Produkt allgemein?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Situation im Unterricht: Alle Ableitungsregeln sind behandelt. Nun soll vertieft auf mögliche Fehler bei der Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{-2}{x^2}$ eingegangen werden. Dazu schreibt der Lehrer mehrere Vorschläge für die Ableitung $f'(x)$ an die Tafel. Die Aufgabe der Schüler ist, die falschen Ableitungen zu finden und die Rechen- und Denkfehler möglichst genau zu analysieren und zu benennen. Erstellen Sie eine solche Analyse und Fehlerbeschreibung. An der Tafel stehen die folgenden Ableitungen:

I. $f'(x) = \frac{-2}{2x}$

II. $f(x) = -2 \cdot x^{-2}$; $f'(x) = 4 \cdot x^{-1}$

III. $f'(x) = -2 \cdot x^{-3}$

IV. $f'(x) = \frac{-2 \cdot 2x}{x^4} = \frac{-4}{x^3}$

V. $f(x) = -2 \cdot x^{-2}$; $f'(x) = 0 \cdot x^{-2} + (-2) \cdot x^{-3} = 2 \cdot x^{-3}$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Unterrichtliche Situation: Die Schüler kennen alle Ableitungsregeln außer der Produkt- und der Quotientenregel. Nun soll die Produktregel hergeleitet werden.

- Sie wollen die Schüler zunächst an einem Beispiel davon überzeugen, dass $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g'(x)$ nicht gilt. Geben Sie dazu geeignete und nicht geeignete Beispiele. Welche Kriterien legen Sie an die Beispiele an?

- In einem Schulbuch findet sich folgende Herleitung für die Produktregel:

Ansatz:

$$[f(x) + g(x)]^2 = f(x)^2 + 2[f(x) \cdot g(x)] + g(x)^2$$

Ableiten: (1) $2[f(x)+g(x)] \cdot [f(x)+g(x)]' = 2f(x) \cdot f'(x) + 2 \cdot [f(x) \cdot g(x)]' + 2g(x) \cdot g'(x)$

(2) $[f(x)+g(x)] \cdot [f'(x)+g'(x)] = f(x) \cdot f'(x) + [f(x) \cdot g(x)]' + g(x) \cdot g'(x)$

(3) $f(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x) + g(x) \cdot g'(x) = f(x) \cdot f'(x) + [f(x) \cdot g(x)]' + g(x) \cdot g'(x)$

Produktregel: $f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x) = [f(x) \cdot g(x)]'$

Wie antworten Sie auf folgende Schülerfragen?

- Wie kommt man auf die Idee, mit einer binomischen Formel zu beginnen?

- In Zeile (1) werden alle Funktionen außer dem Produkt $[f(x) \cdot g(x)]$ abgeleitet. Warum?