SS 13 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 11 vom 10.07.13 - Abgabe am 17.07.13

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Definition: Die Funktion f heißt auf D_f streng monoton zunehmend (smz), wenn für alle x_1, x_2 aus D_f mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) < f(x_2)$.

Satz (Monotoniesatz; Monotoniekriterium): Die Funktion f sei auf dem Intervall I differenzierbar. Wenn $f'(x) > 0$ für alle x aus I, dann ist f auf I smz.

a) Erörtern Sie, ob die Definition und der Satz dieselben Fälle umfasst. Geben sie Beispiele.

b) Die Aussage ist falsch: „Die Funktion f sei auf dem Intervall I differenzierbar. Wenn f auf I smz ist, dann ist $f'(x) > 0$ für alle x aus I“. Wo steckt der Fehler in folgendem „Beweis“ ?

Sei $x \in I$ und f auf I smz. Da f an der Stelle x differenzierbar ist, existiert für $v \to x$ der Grenzwert $f'(x)$ von $\frac{f(v)-f(x)}{v-x}$. Mit $v > x$ ist $f(v) > f(x)$, für $v < x$ ist $f(v) < f(x)$, also in jedem Fall $\frac{f(v)-f(x)}{v-x} > 0$. Damit muss auch der Grenzwert $f'(x)$ von $\frac{f(v)-f(x)}{v-x}$ größer 0 sein.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Definition: $z \in (a;b)$ heißt lokale Minimumstelle von f genau dann, wenn es eine Umgebung U von z gibt, so dass für alle $u \in U \cap (a;b)$ gilt: $f(u) \geq f(z)$.

a) Formulieren Sie für eine auf (a;b) beliebig oft differenzierbar Funktion f und $z \in (a;b)$:

A. Das <u>notwendige Kriterium</u> für „f hat an der Stelle z ein lokales Minimum“.

B. Das <u>erste hinreichende Kriterium</u> für „f hat an der Stelle z ein lokales Minimum“. (Vorzweichenwechsel-Kriterium)
Geben Sie zusätzlich eine Definition von „f´ hat an der Stelle z einen VZW von – nach +“.

C. Das <u>zweite hinreichende Kriterium</u> für „f hat an der Stelle z ein lokales Minimum“. (mit Hilfe der zweiten Ableitung von f)

b) Zeigen Sie an einem möglichst einfachen Beispiel:

I. Aus $f'(z) = 0$ folgt nicht, dass ein lokales Minimum vorliegt.

II. Es gibt Fälle, in denen Kriterium C nicht erfüllt ist, aber Kriterium B erfüllt ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte

Es sei f eine auf dem Intervall (a;b) beliebig oft differenzierbare Funktion und $z \in (a;b)$.

Gegeben ist die Aussage $\boxed{\text{A: } f'(z) = 0}$ und die Aussage $\boxed{\text{B: f hat eine Extremstelle bei z}}$.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(1) $\boxed{A \Rightarrow B}$ (2) $\boxed{B \Rightarrow A}$ (3) $\boxed{\text{A ist notwendig für B}}$ (4) $\boxed{\text{A ist hinreichend für B}}$

(5) $\boxed{\text{B ist notwendig für A}}$ (6) $\boxed{\text{B ist hinreichend für A}}$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Die Funktion f ist auf einem Intervall I beliebig oft differenzierbar. Ergänzen Sie:

Eigenschaft des Graphen der Ableitung f´	**Eigenschaft des Graphen von f**
	Waagrechte Tangente bei z
Tiefpunkt an der Stelle z	
	Hochpunkt an der Stelle z
Auf [a;b] oberhalb der x-Achse	
P(4 | 2) liegt auf dem Graphen	
	Auf [a;b] Rechtskurve