SS 2013 - Fachdidaktik Mathematik - Klausur am 31.07.2013

Name: . . . .

Matrikelnummer: . . . . **Geb.Tag.:** . . . .

Note: . . . .

Aufg.	1 3 + 3	2 a)2 b)3 c)1	3 a)3 b)3	4 a) 4 b) 2	5 a)2 b)2 c)2	6 Je 1	Summe
Max.	6	6	6	6	6	6	36
Erreicht							

1 Im Unterricht soll die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x^2}$; $x \in R\setminus\{0\}$, ausgehend von der Definition der Ableitung, hergeleitet werden. Führen Sie diese Herleitung zweimal durch; einmal mit dem Differenzenquotienten in der Form $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ und einmal mit dem Differenzenquotienten in der Form $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$.
Stellen Sie jede Herleitung übersichtlich in mindestens fünf Schritten dar. Geben Sie zu jedem Schritt stichwortartig an, was getan wird.

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2x \cdot e^x$; $x \in R$.

a) Leiten Sie die Funktion so oft ab, bis Sie auf eine Vermutung für die n-te Ableitung $f^{(n)}$ kommen. Wie lautet nach ihrer Vermutung die n-te Ableitung $f^{(n)}$?

b) Beweisen Sie Ihre Vermutung aus Teilaufgabe a) mit vollständiger Induktion.

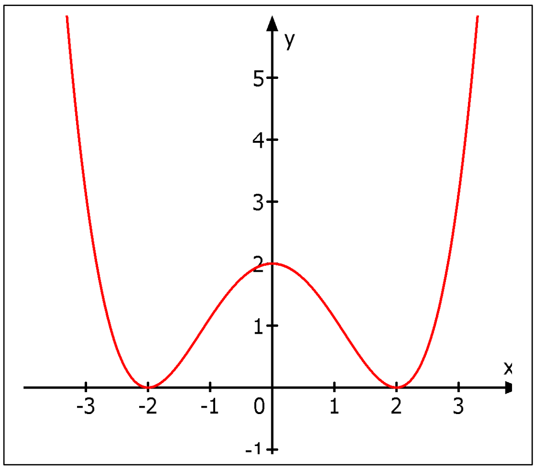
c) Geben Sie eine Stammfunktion F von f an. Weisen Sie nach, dass es sich um eine Stammfunktion handelt.

3 Das Schaubild zeigt den Graphen einer ganzrationalen Funktion f.
Bestimmen Sie zu f einen Funktionsterm mit zwei verschiedenen Ansätzen:

a) Ohne Verwendung der Ableitung. Tipp: Nutzen Sie die besondere Art der Nullstellen.

b) Die Ableitung kann verwendet werden.

Hinweis: Der Funktionsterm ist nicht eindeutig bestimmt; er muss die wesentlichen Eigenschaften des Graphen widerspiegeln.



4 Gegeben ist eine auf $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktion f,

die Aussage (A) $\boxed{\text{Für alle } a,b \in \mathbb{R} \text{ mit } a < b \text{ ist } f(a) < f(b)}$

und die Aussage (B) $\boxed{\text{Für alle } x \in \mathbb{R} \text{ ist } f'(x) > 0}$.

a) Welche der folgenden Aussagen sind wahr (ohne Begründung), welche sind falsch (Angabe eines Gegenbeispiels) ?

(1) $\boxed{A \Rightarrow B}$ (2) $\boxed{B \Rightarrow A}$ (3) $\boxed{A \Leftrightarrow B}$

b) Welche der folgenden Aussagen (4), (5), (6) sind zu einer der Aussagen (1), (2), (3) aus Teilaufgabe a) äquivalent? Geben Sie die äquivalenten Aussagen an (ohne Begründung).

(4) $\boxed{\text{A ist notwendig für B}}$ (5) $\boxed{\text{A ist hinreichend für B}}$ (6) $\boxed{\text{B ist hinreichend für A}}$

5 Gegeben ist die Folge (a_n) mit $a_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{10^{(k^2)}}$.

a) Geben Sie die Folgenglieder $a_0, a_1, \ldots, a_4$ in Dezimaldarstellung an.

b) Begründen Sie unter Verwendung der Dezimaldarstellung, dass die Folge (a_n) streng monoton zunehmend und nach oben beschränkt ist.

c) Begründen Sie unter Verwendung der Dezimaldarstellung, dass die Folge (a_n) konvergent ist und ihr Grenzwert keine rationale Zahl ist.

6 Schreiben Sie bei jeder Teilaufgabe nur „Wahr“ oder „Falsch“, keine Kommentare. Richtige Antwort: 1 Punkt, falsche Antwort: -1 Punkt; keine Antwort: 0 Punkte. Minimal 0 Punkte.

a) Es gibt Polynome vom Grad 10, die keine reellen Nullstellen haben.

b) Es gibt keine gebrochenrationale Funktion, deren Graph eine waagrechte, aber keine senkrechte Asymptote hat.

c) Wenn eine Primzahl ein Produkt von natürlichen Zahlen teilt, dann teilt sie mindestens einen Faktor des Produkts.

d) Die Rechnung $7 : (14 + 21) = 7 : 14 + 7 : 21 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$ ist richtig durchgeführt.

e) Die Zahl 12^{12} kann man als Produkt so schreiben, dass ein Faktor $(\neq 1)$ mehr als 24 mal vorkommt.

f) Die Zahl 88 888 888 hat die Form n^2 mit $n \in \mathbb{N}$.