

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 1 (Abgabe am 25.04.2013)

Aufgabe 1

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \sin^3 x \, dx$

b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

c) $\int \sin^5 x \, dx$

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Berechnen Sie:

a) $\int_1^\infty \frac{7x+4}{x^3+3x^2+2x} \, dx$

b) $\int_1^\infty \frac{3x+1}{x^3+2x^2+x} \, dx$

c) $\int_0^\infty \frac{x^2-4x+2}{(x^2-2x+2)^2} \, dx$

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Zeichnen und berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f : x \mapsto 3-2x-x^2$, der Tangente an den Graphen an der Stelle $x=0$ sowie der x -Achse eingeschlossen wird.

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Die Funktion

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} \, dt$$

ist für alle $s \in \mathbb{R}^+$ wohldefiniert. (Warum?)

a) Berechnen Sie $\Gamma(1)$.

b) Zeigen Sie: $\Gamma(n+1) = n! \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$

HINWEIS: Vollständige Induktion & partielle Integration.

c) Zeigen Sie:

$$\frac{1}{x^s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty t^{s-1} e^{-xt} \, dt \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$

HINWEIS: Substitution.