

Mathematik II für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 02.05.2013)

Aufgabe 5

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen. Berechnen Sie dazu zunächst die Lösungen der jeweiligen homogenen Gleichung. Eine partikuläre Lösung finden Sie dann entweder durch Raten oder durch Variation der Konstanten.

a) $y' + 2y = 3$ b) $y' + 2y = e^{2x}$ c) $y' + 2y = e^{-2x}$ d) $y' + 2y = 2x^2$

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y' - \left(\frac{2}{x} + 2\right)y = 0, \quad y(1) = 2$ b) $y' - \frac{\sin(x)}{y} = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen. Geben Sie in (a) auch die Menge aller reellen Lösungen an.

a) $y'' - 4y' + 13y = 0$ b) $y'' + y' - 6y = 0$ c) $y'' - 8y' + 16y = 0$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a) $y'' - 4y' + 13y = 13x^2 + 5x + 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{46}{13}$
b) $y'' + y' - 6y = 5e^{2x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5$
c) $y'' - 8y' + 16y = 30 \sin(x) - 16 \cos(x), \quad y(\pi) = 0, \quad y'(\pi) = -2$

Aufgabe 9 (vgl. <http://spikedmath.com/517.html>) (10 Zusatzpunkte)

Wir definieren eine Ellipse ist die Menge aller Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, für die die Summe der Abstände zu zwei gegebenen Punkten, genannt Brennpunkte, gleich ist. Als Brennpunkte wählen wir $(\pm f, 0)$ und als Summe der Abstände $d > 2f$.

- Bestimmen Sie die Schnittpunkte $(\pm a, 0)$ der Ellipse mit der x -Achse, sowie die Schnittpunkte $(0, \pm b)$ mit der y -Achse. Die Größen a und b heißen Halbachsen der Ellipse.
- Drücken Sie die in der Definition genannte Bedingung, die die Punkte (x, y) erfüllen müssen, als eine Gleichung aus (die dann die Parameter f und d enthält).
- Bringen Sie die Gleichung aus (b) auf die Form

$$\frac{x^2}{\dots} + \frac{y^2}{\dots} = 1.$$

- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus (a) und (d), und drücken Sie die Bedingung für die Punkte (x, y) nun durch eine Gleichung aus, die statt f und d nur die Parameter a und b enthält.

Aufgabe 10 (10 Zusatzpunkte)

Erreichen Sie bis spätestens 2.6.13 auf www.khanacademy.org *Proficiency* in der *Skill Partial fraction expansion*.

Aufgabe 11 (10 Zusatzpunkte)

Erreichen Sie bis spätestens 2.6.13 auf www.khanacademy.org *Proficiency* in den *Skills Equation of a circle in factored form, Graphing circles, Equation of a circle in non-factored form* und *Equation of an ellipse*.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- Um eine bestimmte *Skill* zu üben, klicken Sie z.B. auf *Learn – Knowledge Map* und geben Sie dann in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Partial fraction expansion*).
- Damit Ihr(e) Übungsgruppenleiter(in) Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihre/seine *Coach-ID*, welche Sie in den Übungsgruppen vom 29.04.–03.05.13 erhalten.