Mathematisches Institut
der Universität Tübingen

SS 2013

Prof. Dr. Frank Loose,
Pirmin Vollert

05.07.2013
Blatt 11

Übungen zu
„Mathematik für Physiker 4“ und
„Ergänzungen zu Mathematik für Physiker 4“

1. (4 Punkte) Zeigen Sie die folgende Umkehrung des Cauchyschen Integralsatzes: Ist $D \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet und $f : D \to \mathbb{C}$ stetig derart, dass für jedes Dreieck $\Delta \subseteq D$ gilt:
$$\int_\Delta f(z)\, dz = 0,$$
so ist f holomorph.

2. (4 Punkte) Berechnen sie mit Hilfe von Cauchys Integralformel:
$$\int_{\{|z+2i|=3\}} \frac{e^z\, dz}{z^2+\pi^2}, \quad \int_{\{|z+1|=1\}} \frac{dz}{(z^2-1)(z-1)^2}$$

3. (4 Punkte) Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph und es gebe Konstanten $M, R > 0$ sowie ein $n \in \mathbb{N}$ derart, dass $|f(z)| \leq M|z|^n$ ist für alle z mit $|z| > R$. Zeigen Sie, dass f bereits eine Polynomfunktion vom Grade kleiner oder gleich n ist. (Hinweis: Benutzen Sie Cauchys Ungleichung.)

Aufgabe 4 ist für die Ergänzungsvorlesung zu bearbeiten.

4. Betrachte die 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x < \pi \\ -1 & \text{für } \pi \leq x < 2\pi. \end{cases}$$
   a) (2 Punkte) Man berechne die Fourierkoeffizienten von f.
   b) (2 Punkte) Man zeichne die Graphen der ersten Partialsummen der Fourierreihe von f.

Abgabe: Freitag, 12.07.2013, 11 Uhr in der Vorlesung