Mathematik für Physiker II

Übungsblatt 1

Aufgabe 1: ($\{a, b, c, d\}$, $\{e, f, g, h\}$ je ein $\times$)

Leiten Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe von Produkt-, Quotienten- und Kettenregel ab.

a) $f_1(x) := a^x$ für $a > 0$,

b) $f_2(x) := x^a$ für $x > 0$,

c) $f_3(x) := x^x$ für $x > 0$,

d) $f_4(x) := \frac{\sin(x)\, e^{1/\sqrt{1+x^2}}}{2+\sin(x)}$,

e) $f_5 := h \cdot f \cdot g$,

f) $f_6 := h \circ f \circ g$,

g) $f_7 := h \circ (1/g)$,

h) $f_8 := \ln(h)$,

wobei $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ beliebige differenzierbare Funktionen sind und $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2: ($\times$)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^n$. Zeige (z.B. mit vollstaendiger Induktion), dass $f'(x) = nx^{n-1}$ gilt.

Aufgabe 3: (*,$\times$)

Sei $g : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ eine beschraenkte Funktion und $f(x) = x^2 g(x)$. Zeige, dass $f'(0)$ existiert und gleich 0 ist.

Aufgabe 4: (*,$\{a\}$, $\{b\}$ je ein $\times$)

Sei $I \subset \mathbb{R}$ und $f : I \to \mathbb{R}$ in dem inneren Punkt $\xi \in I$ differenzierbar.

a) Zeige, dass der Grenzwert $\lim_{h\to 0} \frac{f(\xi+h)-f(\xi-h)}{2h}$ existiert und gleich $f'(\xi)$ ist.

b) Zeige an einem Beispiel, dass aus der Existenz dieses Grenzwertes jedoch nicht die Differenzierbarkeit von f in ξ folgt.