SS 2014 - Fachdidaktik Mathematik - Klausur am 18.07.2014	
Name:	
Matrikelnummer:	**Geb.Tag.:** . . . .
Note:	**Klausur-Nr.** . . . . .

Aufg.	1 a)3 b)3	2 a)3 b)3	3 a)2 b)2 c)2	4 a)2 b)2 c)2	5 a)3 b)3	6 Je 1	Summe
Max.	6	6	6	6	6	6	36
Erreicht							

1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3$, $x \in R$.

a) Im Unterricht soll die Ableitung der Funktion f ausgehend von der Definition der Ableitung, hergeleitet werden. Stellen Sie diese Herleitung mit dem Differenzenquotienten in der Form $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ übersichtlich in mindestens fünf Schritten dar. Geben Sie zu jedem Schritt stichwortartig an, was getan wird.

b) Geben Sie die Zahlen $f\,'(0{,}5)$ und $f(1{,}5) - f(0{,}5)$ an und veranschaulichen Sie diese in einer Skizze.

2 Für alle $n \in N$ und für alle $x \in R$, $x \neq 1$ gilt die Summenformel $\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$.

a) Beweisen Sie die Summenformel mit vollständiger Induktion.
Stellen Sie die Beweisschritte übersichtlich dar.

b) Geben Sie ohne Beweis mit Hilfe der oben angegebenen Summenformel eine Summenformel an für (I) $\sum_{k=0}^{n} (2x)^k$ (II) $\sum_{k=1}^{n} (x+1)^k$ (III) $\sum_{k=0}^{n} x^{k+1}$

3a) Schreiben Sie die Zahlen $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{90}$, $\frac{1}{99}$ und $\frac{1}{990}$ als periodische Dezimalzahlen.

b) Bestimmen Sie die Dezimalzahldarstellung von $\frac{1818}{2727}$.

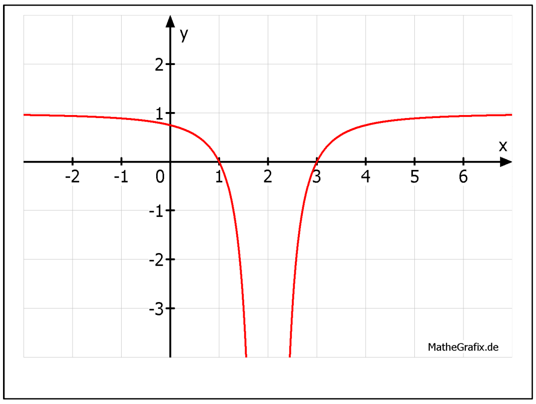
c) Geben Sie die im Dualzahlsystem geschriebene Zahl $(10{,}1)_2$ als Bruch im Zehnersystem an.
Stellen Sie die Dezimalzahl 0,625 im Dualsystem dar.

4a) Formulieren Sie zur Aussage $A \Rightarrow B$ die Kontraposition und zeigen Sie mit einer Wahrheitswertetafel, dass die Kontraposition zu $A \Rightarrow B$ äquivalent ist.

b) Es gilt für $m \in N$ der Satz: Wenn m von 2 oder 5 nicht geteilt wird, dann auch nicht von 10.
Formulieren Sie die Kontraposition des Satzes.
Beweisen Sie den Satz mit Kontraposition.

c) Sei $a,b \in R$ und $a,b > 0$. Beweisen Sie mit einem Widerspruchsbeweis: $a+b \geq \sqrt{4ab}$.

5a) Das Schaubild zeigt den Graphen einer gebrochen-rationalen Funktion f. Bestimmen Sie zu f einen möglichen Funktionsterm. Beachten Sie Nullstellen und Asymptoten.



b) Geben Sie eine Funktion g in der Form $g(x) = \sin(bx+c)$ an, deren Graph folgende Eigenschaften hat:

- Symmetrisch zur y-Achse
- Abstand benachbarter Nullstellen ist 1

6 Kreuzen Sie bei jeder Teilaufgabe nur „Wahr" oder „Falsch" an, schreiben Sie keine Kommentare.
Richtige Antwort: 1 Punkt, falsche Antwort: -1 Punkt; keine Antwort: 0 Punkte.
Minimal 0 Punkte.

	W	**F**
a) Die Zahl 1234567896 ist durch 12 teilbar		
b) Bei einer zweimal differenzierbaren Funktion $f:R \rightarrow R$ ist für ein Maximum an der Stelle $a \in R$ die Bedingung $f'(a) = f''(a) = 0$ notwendig.		
c) Die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ ist auf $D = R\backslash\{0\}$ streng monoton fallend.		
d) Es gibt eine konvergente Folge, deren Glieder alle Bruchzahlen sind und deren Grenzwert die Zahl π ist.		
e) Die Funktion $f:R \rightarrow R$ mit $f(x) = x^7 + x^6 + 1000$ hat mindestens eine Nullstelle.		
f) Die Aussage „Aus $\frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = 4$ folgt $3x + 2(x-1) = 4$" ist richtig.		