SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 10 vom 18.06.14 - Abgabe am 25.06.14

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Ein Körper hat nach der Zeit t den Weg $f(t) = t^2$ zurückgelegt (t in s; f(t) in m).

a) Ist die Schüleraussage zum Differenzenquotienten $\frac{f(5)-f(3)}{5-3}$ im Kontext der Aufgabe sachlich richtig, präzise und nicht missverständlich? Verbessern Sie gegebenenfalls.

1. Im Zeitraum zwischen 3 s und 5 s hat der Körper die Geschwindigkeit $8\,\frac{m}{s}$.
2. In der Zeit zwischen 3 s und 5 s überwindet der Körper die gleiche Strecke, wie er sie in 2 s mit der konstanten Geschwindigkeit $8\,\frac{m}{s}$ zurückgelegt hätte.

b) Beurteilen Sie entsprechend wie in Teilaufgabe a) die Schüleraussage zur Ableitung $f'(3)$:

(1) Der Körper hat die Geschwindigkeit $6\,\frac{m}{s}$. (2) Der Körper kommt von der 3. zur 4. Sekunde 6 m weit.

(3) Der Graph der Geschwindigkeit hat die Steigung 6. (4) Würde sich der Körper so wie im Zeitpunkt 3 s weiterbewegen, dann würde er in den nächsten 2s den Weg 12 m zurücklegen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Die Funktion $f:x \to f(x)$ beschreibt die Einkommenssteuer für x (x in €; f(x) in €) zu versteuerndes Einkommen. Was bedeutet $f'(40\,000) = 0{,}3$ in diesem Kontext ? Veranschaulichen Sie den Sachverhalt in einer Skizze.

b) Die Funktion A mit $A(r) = \pi \cdot r^2$ beschreibt den Inhalt des Kreises mit Radius r. Veranschaulichen Sie die Ableitung $A'(r)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Situation im Unterricht: Alle Ableitungsregeln sind behandelt. Nun soll vertieft auf mögliche Fehler bei der Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{-2}{x^2}$ eingegangen werden. Dazu schreibt der Lehrer die Vorschläge I.-V für die Ableitung $f'(x)$ an die Tafel. Die Aufgabe der Schüler ist, die falschen Ableitungen zu finden und die Rechen- und Denkfehler möglichst genau zu analysieren und zu benennen. Erstellen Sie eine solche Analyse und Fehlerbeschreibung.

I. $f'(x) = \frac{-2}{2x^2}$ II. $f(x) = -2\cdot x^{-2}$; $f'(x) = 4\cdot x^{-1}$ III. $f'(x) = -2\cdot x^{-3}$

IV. $f'(x) = \frac{-2\cdot 2x}{x^4} = \frac{-4}{x^3}$ V. $f(x) = -2\cdot x^{-2}$; $f'(x) = 0 \cdot x^{-2} + (-2)\cdot x^{-3} = -2\cdot x^{-3}$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Definition: Die Funktion f heißt auf D_f streng monoton zunehmend (smz), wenn für alle x_1, x_2 aus D_f mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) < f(x_2)$.

Satz (Monotoniekriterium): Die Funktion f sei auf dem Intervall I differenzierbar. Wenn $f'(x) > 0$ für alle x aus I, dann ist f auf I smz.

a) Erörtern Sie, ob die Definition und der Satz dieselben Fälle umfasst. Geben sie Beispiele.

b) Wo steckt der Fehler in folgendem „Beweis“ ?

Voraussetzung: Sei $x \in I$ und f auf I smz. Da f an der Stelle x differenzierbar ist, existiert für $v \to x$ der Grenzwert $f'(x)$ von $\frac{f(v)-f(x)}{v-x}$. Mit $v > x$ ist $f(v) > f(x)$, für $v < x$ ist $f(v) < f(x)$, also in jedem Fall $\frac{f(v)-f(x)}{v-x} > 0$. Damit ist der Grenzwert $f'(x)$ von $\frac{f(v)-f(x)}{v-x}$ größer 0, also $f'(x) > 0$.