SS 14 - Fachdidaktik I - Übungsblatt 11 vom 25.06.14 - Abgabe am 2.07.14

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Sie wollen vor der Herleitung der Produktregel die Schüler an einem Beispiel davon überzeugen, dass $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g'(x)$ nicht gilt. Geben Sie dazu geeignete und nicht geeignete Beispiele. Welche Kriterien legen Sie an die Beispiele an?

b) In einem Schulbuch findet sich folgende Herleitung für die Produktregel:

Ansatz: $[f(x) + g(x)]^2 = f(x)^2 + 2\cdot[f(x)\cdot g(x)] + g(x)^2$

Ableiten: (1) $2[f(x)+g(x)]\cdot[f(x)+g(x)]' = 2f(x)\cdot f(x)' + 2\cdot[f(x)\cdot g(x)]' + 2g(x)\cdot g(x)'$

(2) $[f(x)+g(x)]\cdot[f'(x)+g'(x)] = f(x)\cdot f(x)' + [f(x)\cdot g(x)]' + g(x)\cdot g(x)'$

(3) $f(x)\cdot f'(x)+ f(x)\cdot g'(x)+ g(x)\cdot f'(x)+ g(x)\cdot g'(x) = f(x)\cdot f'(x) + [f(x)\cdot g(x)]' + g(x)\cdot g'(x)$

Produktregel: $f(x)\cdot g'(x)+ g(x)\cdot f'(x) = [f(x)\cdot g(x)]'$

Wie antworten Sie auf folgende Schülerfragen?

I. Wie kommt man auf die Idee, mit einer binomischen Formel zu beginnen?

II. In Zeile (1) werden alle Funktionen außer dem Produkt $[f(x)\cdot g(x)]$ abgeleitet. Warum?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Definition: $z\in(a;b)$ heißt lokale Minimumstelle von f genau dann, wenn es eine Umgebung U von z gibt, so dass für alle $u\in U\cap(a;b)$ gilt: $f(u)\geq f(z)$.

a) Formulieren Sie für eine auf (a;b) beliebig oft differenzierbare Funktion f und $z\in(a;b)$:

A. Das notwendige Kriterium für „f hat an der Stelle z ein lokales Minimum“.

B. Das erste hinreichende Kriterium für „f hat an der Stelle z ein lokales Minimum“. (Vorzweichenwechsel-Kriterium)
Geben Sie zusätzlich eine Definition von „f´ hat an der Stelle z einen VZW von – nach +“.

C. Das zweite hinreichende Kriterium für „f hat an der Stelle z ein lokales Minimum“. (mit Hilfe der zweiten Ableitung von f)

b) Zeigen Sie an einem möglichst einfachen Beispiel:

I. Aus $f'(z) = 0$ folgt nicht, dass ein lokales Minimum vorliegt.

II. Es gibt Fälle, in denen Kriterium C nicht erfüllt ist, aber Kriterium B erfüllt ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte

Es sei f eine auf dem Intervall (a;b) beliebig oft differenzierbare Funktion und $z\in(a;b)$.

Gegeben ist die Aussage $\boxed{A: f'(z) = 0}$ und die Aussage $\boxed{B: \text{f hat eine Extremstelle bei z}}$.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(1) $\boxed{A\Rightarrow B}$ (2) $\boxed{B\Rightarrow A}$ (3) $\boxed{\text{A ist notwendig für B}}$ (4) $\boxed{\text{A ist hinreichend für B}}$

(5) $\boxed{\text{B ist notwendig für A}}$ (6) $\boxed{\text{B ist hinreichend für A}}$

Aufgabe 4 (4 Punkte; aus LK 1986)

Für jedes $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ ist eine Funktion f_a mit maximalem Definitionsbereich D_a gegeben durch

$f_a(x) = \dfrac{ax(2x+a)}{(x-|x|+a)^2}$. Ihr Schaubild sei K_a.

a) Bestimme D_{-4} und prüfe, ob f_{-4} an der Stelle x = 0 stetig bzw. differenzierbar ist.

Untersuche K_{-4} auf Asymptoten, Schnittpunkte mit den Achsen und Hoch- und Tiefpunkte.

b) Für welche Werte von a besitzt f_a einen Pol?

Untersuche, ob es Werte von a gibt, für die f_a an der Stelle x = 0 zweimal differenzierbar ist.